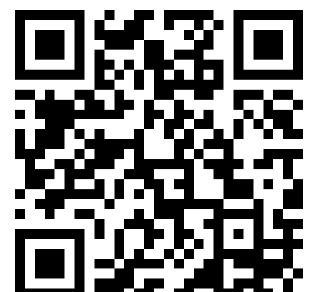




ANNALI

DELLE

UNIVERSITÀ TOSCANE

TOMO NONO

ANNALI

DELLE

UNIVERSITÀ TOSCANE

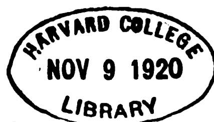
PARTE PRIMA

SCIENZE NOOLOGICHE

TOMO NONO

PISA
TIPOGRAFIA DEI FF. NISTRI
Premiati all'Esposizione di Parigi, 1867

1867


HARVARD COLLEGE
NOV 9 1920
LIBRARY

LA BEATRICE DI DANTE *

STUDIO

DEL PROFESSORE

ALESSANDRO D'ANCONA

L'amore di Dante per Beatrice e la celebrazione di questo nome nelle Liriche e nella Commedia hanno da lungo tempo pôrto argomento a molte dispute sulla natura dei sentimenti dal poeta significati, e dato luogo a molte disquisizioni circa la reale esistenza della donna a cui le rime sono consecrate. Or questo subbietto, in ogni tempo rilevantissimo per la retta intelligenza della poesia dantesca, parvemi potesse avere una qualche maggiore opportunità nell' approssimarsi il sesto centenario della nascita di Dante; ed è perciò ch'io, sebbene minimo fra i cultori del grande poeta nazionale, ho creduto far cosa che incontrar dovesse il gradimento dei miei cortesi uditori, intitolando da Beatrice la *Lettura* di questa sera. Dappoichè, il giorno avventuroso nei fasti della italica civiltà, non si ha da celebrare soltanto con pubblica e comune letizia di genti accorse da ogni angolo della Penisola a salutare il profeta del nazionale risorgimento; ma eziandio coll'adoprarsi tutti a penetrare, per quanto è possibile, i reconditi sensi della poesia di Dante, e solverne i groppi e agevolarne le difficoltà, manifestando ciò che *si asconde sotto il velame delli versi strani*. E

* Serbo a questo *Studio* la forma che ebbe quando fu recitato alla *Società delle Letture scientifiche e letterarie* in Firenze, la sera del 19 Aprile scorso, aggiungendo soltanto quelle parti che per amor di brevità, vennero tralasciate.

uno appunto dei concetti di men facile intendimento e di più controversa interpetrazione, è quello della Beatrice onde si cantano, in così nuova guisa, nelle liriche e nel poema, le lodi; ed io avrò ottenuto più che non meriti l'umile studio, sul quale invoco il vostro benevolo giudicio, se mi sarà dato per esso di volgere nuovamente l'attenzione vostra sopra un argomento così degno di seria ed accurata disamina.

I.

Secondo adunque la opinione di molti, anche autorevoli, commentatori e critici, la Beatrice di Dante non è donna vera e reale, ma appellativo di una eccelsa Virtù alla quale ei prestava poetico omaggio e della quale intellettualmente era invaghito. Quindi, a loro giudicio, la *Vita Nuova* sarebbe tutta quanta una allegoria, da interpetrarsi col sussidio del *Convito* principalmente: l'oggetto dell'amore di Dante fu, non una fanciulla fiorentina, ma la Sapienza: la parola *Amore* stà sempre in luogo del vocabolo *Studio;* la subita sollevazione degli spiriti *vitale*, *animale* e *naturale* alla vista di Beatrice, varrebbe a significare i contrasti che si provano nell'accingersi a difficile impresa: il *saluto* verrebbe a dire i conforti e gli inviti a perseverare, e per le diverse donne che con l'amata si accompagnano, si dovrebbero intendere le scienze tutte che della Filosofia sono amiche ed ancelle; infine, nella morte del padre di Beatrice si potrebbe credere essersi da Dante voluta raffigurare la morte del maestro, di quel Brunetto Latini che, a lui giovanetto, insegnò *come l'uom si eterna*.

Tali concetti sopra la Beatrice di Dante, da non pochi scrittori acremente propugnati, furono forse per la prima volta sistematicamente esposti dal Canonico Ant. Maria Biscioni ([1]), il quale tuttavia protesta di esser stato mosso a negare la veracità dell'amore di Dante, *dallo zelo sempre avuto verso il buon nome di questo sovrano autore, descritto come negli amori profani solamente avviluppato*. Difficile riu-

([1]) *Prose di Dante* ec. Firenze 1723.

scirà certamente ad ogni animo gentile il comprendere in qual modo potrebbe rimanere offeso il *buon nome* dell'Alighieri, quand' anco a lettera si intendesse cotesta sua poesia erotica così scevra d' ogni affetto men che casto e d'ogni men che pura espressione. Ma, con ingenuità patriarcale, soggiunge il Biscioni: *chi poi per avventura avesse alcuna parzialità per la Bice Portinari sappia ch'io con tutto questo ragionamento non ho inteso di arrecare pregiudizio veruno a quella gentilissima donna, confessando pure da me ch'ella sia stata in questo mondo dotata di ragguardevoli prerogative, e fors'anco ben conosciuta e praticata da Dante per la vicinità delle loro abitazioni; ma solamente ho preteso mostrare che dalle opere di esso Dante e dalle ragioni addotte si deduce che la nostra Beatrice non sia colei nè altra donna, ma una donna ideale a bello studio dal poeta inventata.* Così il buon Canonico, coi debiti riguardi e senza maligna intenzione di *arrecar pregiudizio*, non potendo negare risolutamente la storica esistenza di Beatrice, raffigura in lei soltanto una vicina di Dante che questi poteva, *forse,* aver veduta ad una finestra od incontrata per via, e schianta dalla radice il concetto erotico dantesco che dall'affetto profondo trae nascimento e in esso si avviva, sostituendovi una fredda allegoria scientifica, figlia della sola astrazione intellettuale. Se non che niuno vorrà fare grave rimprovero al buon Canonico, se egli, dotto in tante altre cose, in codesti misteri del cuore umano si addimostra, quale dovea essere, meno esperto.

Ma questo sistema interpetrativo, così precisamente esposto dal Biscioni e da lui recato a spiegare gli episodj più notevoli della *Vita Nuova,* era già stato enunciato in termini più generali, anche da altri scrittori di età più antica. Accennerò soltanto, la strana interpetrazione di Francesco da Buti (1) il quale in Beatrice ritrova, quanto al senso letterale, la madre della Contessa Matilde. Se non che il butense, considerando poi che codesta *Madonna Beatrice moritte in Pisa innanzi al 1116,* vale a dire un secolo e mezzo circa prima

(1) *Commento alla D. C.* Purg. C. XXVII.

della nascita di Dante, ne trae la conseguenza che *però appare questo innamoramento sia finto, e ciò che ne dice si dea intendere allegoricamente.* Così la mancanza di ragionevole interpetrazione letterale e storica, lo trae di necessità alla spiegazione allegorica; e dal confessare ch'ei fa poco appresso: *questo pensieri m'abbo fatto per cagione solamente de' nomi,* si vede ch'egli ignorava la esistenza della Portinari, che non conosceva l'esplicita testimonianza del Boccaccio, e che solo per trovare una Beatrice storica, facea ricorso alla *figlia dell'Imperador di Costantinopoli,* la quale a lui e al suo pisano uditorio era notissima, perchè morta e sepolta in Pisa (1). Ma poi, naturalmente non soddisfatto di questo *pensieri fatto solamente per cagione de' nomi,* Messer Francesco si prova ad una interpetrazione allegorica, e scuopre in Beatrice il simbolo della Teologia, *della quale il nostro autore si innamorò in fin ch'elli era fanciullo o vero garzone; e però finge ch'ella fusse giovanetta, imperò che puerilmente la studiava e la intendeva: e poi finge che la santa donna morisse, cioè che cresciuto lo intendimento a lui, sicchè intendea già le cose grande, a lui venne meno lo desiderio di tale studio, e questo fu lo morire e partirsi di questo mondo, imperocchè si partì della fantasia sua occupata da' beni ingannevoli del mondo, ma non sì che sempre non sentisse nella mente sua un grande desiderio di ritornare ad essa ed amarla ferventissimamente* (2). Quì ogni parola vorrebbe una confutazione, benchè più d'una si confuti da se stessa; ma procederemo oltre, *chè la via lunga ne sospinge.*

Giovan Mario Filelfo (3), posta la massima degnissima di un

(1) E non son molti anni un *Cicerone* del Camposanto pisano perpetuava la strana confusione fatta dal Buti, mostrando il monumento della Contessa Beatrice come contenente le ceneri della amata di Dante.

(2) Anche Pietro di Dante: *Autor vult figurare quod jam dilexit studium Theologiae et in eo postea cessavit, nunc vero reassumere incipit . . . . . Et quod dicit quod de carne ascenderat ad spiritum . . . . dedit se autor mundanis, idest poeticis, scientiis infructuosis et quae nihil promittunt integrum ec.* Ma non è questo il solo indizio a giudicare che i figli di Dante non seppero nulla più degli altri antichi commentatori circa i simboli della Commedia, e che il poeta portò seco il suo segreto nella tomba.

(3) *Vita D. A.* pag. 20. Flor. 1828.

retore, che i poeti molte cose fingono per solo esercizio di stile *(exercendi ingenii gratia)*, volle recarne prova spiegando Dante, e vide in Beatrice *una favolosa Pandora* arricchita dall'Alighieri di ogni corporea ed intellettuale bellezza, e da lui formata ed immaginata a quel modo come oggetto e termine di poetico culto. Pel Filelfo adunque la poesia erotica di colui che cantò: *Io mi son un che quando Amore spira, noto; ed a quel modo ch'ei detta dentro vò significando*, sarebbe mero esercizio di stile; e la donna celebrata nel verso, nome senza soggetto, inventato da Dante per comodo, al solo scopo di illudere se stesso con artificioso entusiasmo, e 'l lettore con falsa apparenza di verità. Che si pensassero e scrivessero queste cose in tempi ne' quali la crescente corruzione del costume aveva inaridito e svigorito gli affetti forti e gentili, e la poesia era considerata come imitazione ed arte di far versi sopra illustri esempj, di leggieri si comprende. E si comprende anche, come non potendo immaginare l' indole propria dell' affetto di Dante, venisse il Filelfo a quest'altra prova contro la esistenza di Beatrice o almeno contro la veracità dell' affetto descritto dall'Alighieri: *Nessuno*, egli argomenta, *fu più incorrotto, più innocente e più moderato di Dante; possiam dunque manifestamente congetturare esser egli stato amico soltanto della onestà e della virtù, imperocchè coloro che veggono il sommo bene soltanto nella gloria immortale non si pongono sotto l'imperio delle voluttà che ci conducono in rovina*. Bellissima sentenza! Se non che, da qual verso, da quale immagine, da qual parola avrebbe potuto il Filelfo dedurre che Dante abbia trattato amori profani e voluttuosi? quale indizio storico o tradizionale poteva fargli confondere la casta fanciulla dei Portinari con le Lesbie, con le Corinne, con le Cinzie e le Delie dei suoi prediletti poeti latini? [1]

[1] Dalla volgare schiera dei Biscioni, dei Filelfi e loro pari, va sceverato e posto in loco distinto l'illustre e a me carissimo Prof. Centofanti, unico tra i fautori del sistema allegorico che della Beatrice e della *Vita Nuova* abbia dato una interpetrazione degna, comunque voglia giudicarsene la intrinseca bontà, di Dante filosofo e poeta. È da dolersi però che il sistema del Centofanti non sia noto che per una *Lezione ultima sulla V. N.* (Padova, 1845) dalla quale si scorgono soltanto i capitali concetti del suo metodo interpetrativo, sicchè sia

Circa alla interpetrazione data da Gabriele Rossetti dirò poche parole, dacchè mio disegno non è tanto di negare e combattere le speciali significazioni allegoriche alle quali vuolsi accomodare il nome di Beatrice, quanto di negare e combattere il sistema di farne una astrazione, un simbolo senza entità reale, sia esso filosofico o politico. Dappoichè, quando si disconosce l'amore di Dante e la esistenza storica di Beatrice, tanto vale una spiegazione morale quanto una d'altra natura, chè in un modo e nell'altro si giunge sempre a quest'ultimo punto comune, di negare cioè la ispirazione che vien dall'affetto, negando a Dante, giovane di venticinque anni e poeta, quei sentimenti che si concedono, non dirò ad altri poeti, ma a tutti quanti gli uomini.

Pel Rossetti adunque, non solo la *Vita Nuova* e la *Commedia,* ma tutta la nostra antica letteratura, non è altro che perpetuo simbolismo e linguaggio settario. E non solamente i poeti, ma anche i prosatori di cotesta età, vanno intesi altrimenti da quello che suona la parola nel suo ordinario e comune significato. Liriche, poemi, novelle del dugento e del trecento non sono opere ispirate dall'arte, ma meditata combinazione e faticoso accozzamento di parole e di forme con speciale senso allegorico; la chiave del quale, ritrovata adesso dal Rossetti, era in allora posseduta soltanto da taluni adepti. Dopo la strage degli Albigesi, la caduta degli Svevi e il sormontare di parte guelfa in tutta Italia fu necessario ai Ghibellini, secondo pensa il Rossetti, l'adoperare codesto linguaggio di convenzione; nel quale anche la parola *Beatrice* ha un suo proprio valore datole da Dante, che sostituì questa alla forma generica di *donna* o *madonna,*

difficile giudicar questo in tutti i particolari, e apprezzare il modo col quale sono superate le maggiori difficoltà che contrastano alla spiegazione allegorica. Io sono ben persuaso della realtà storica di Beatrice e della verità dell'amore di Dante; ma se la mia voce potesse avere autorità alcuna presso il Centofanti, io vorrei dirgli che la compiuta esposizione delle sue idee in questo nostro proposito, sarebbe utilissima agli studj danteschi ed alle lettere italiane.

Nell'atto di porre in torchio veggo annunziata nei giornali un'opera di Francesco Perez col titolo: *La Beatrice svelata;* della quale non posso parlare non essendomi essa ancor giunta alle mani; ma non dubito punto che non debba esser degna di quel nobile intelletto.

per significare la Monarchia Imperiale, in contrapposto di suono e di senso con *Meretrice* che designava la Corte di Roma.

Povera Beatrice! A dir del Filelfo, essa non è altro che un vano obietto di finti amori: secondo il Biscioni non è al più che una vicina di casa del poeta: e al Rossetti serve soltanto per far contrapposto col suo nome gentile, all'infamato nome del vizio e della corruzione!

Esposte brevemente e senza entrare in minute confutazioni, le varie sentenze dei contradittori, intendo proporre sul tanto disputato argomento una opinione, la quale, o io mi inganno, nuova mi sembra, non già nella conclusione finale, ma nel metodo tenuto affin di giungere a conciliare le molte difficoltà del problema. E mentre fino ad ora i seguaci del sistema storico negarono ogni valore alle conclusioni dei propugnatori del metodo allegorico, e gli ultimi dal canto loro, disconobbero in tutto le testimonianze e le argomentazioni dei primi, io invece vorrei raccogliere dall'un sistema e dall'altro e mettere in accordo ed in armonia, quel che ciascuno ha in sè di buono e di vero. Ma non sì ch'io aderisca alla sentenza di coloro i quali, tenendo il mezzo e volendo giungere appunto alla conciliazione delle molte difficoltà, pensarono due essere le significazioni, forse fortuitamente e fors' anco pensatamente, accolte da Dante nel nome di Beatrice ([1]). Aver lui, cioè, amato di vero affetto ne' suoi primi anni, la Beatrice Portinari; ma dopo questa passione giovanile e dopo che la morte gli ebbe tolta l'amata donzella, esser sorto più ardente nell'animo suo l'intellettuale culto della Sapienza, chiamata da lui col nome di Beatrice, vuoi per dolce memoria della perduta fanciulla, vuoi perchè la Sapienza è colei che sola beatifica l'uomo. Così collo stesso vocabolo, si designerebbero da Dante una donna reale ed una donna ideale, congiunte nel nome ma nell'esser loro distinte e diverse.

Or io vorrei provarmi a sciogliere quest' antico problema per

([1]) *Hoc autem fuit certissimum pronosticum et augurium futuri amoris quem habiturus erat ad Beatricem sacram, ad quam erat pronus a natura.* Benv. Imol.

mezzo di uno studio psicologico su Dante; e per tal modo dimostrare come una sola (¹) è la Beatrice a cui il poeta consacrò l' affetto e il verso: e come essa, nelle varie opere di lui, è donna, personificazione e simbolo per successivo innalzamento e progrediente purificazione dell'amore. Dappoichè invero non vi ha un momento nella *Vita Nuova* in cui Beatrice sia soltanto una vaga giovanetta, una creatura mortale al pari di tante altre, al modo stesso come, e converso, non vi ha un momento nella *Divina Commedia* nel quale colei che siede accanto a Maria nell'empireo cielo, non sia anche la leggiadra figlia di Folco Portinari, la *pargoletta* (²) per cui Dante sospirò e scrisse nell'età giovanile.

II.

Comincio questo studio dalla *Vita Nuova* e dalle Liriche del nostro poeta. La *Vita Nuova* fu scritta da Dante nell' età forse di ventisei anni, ma certo non varcati i trenta, nell'età cioè delle passioni più forti e veementi, quando ancora egli non si trovava involto nelle pubbliche faccende e nelle brighe partigiane che gli fruttarono i lunghi dolori dell'esilio, ed unici affetti del cuor suo erano una santa memoria e il culto della poesia. La *Vita Nuova* è un appassionato racconto dove si ricordano da Dante, quali erano scritti nel *libro della memoria* (³), i forti moti e i dolci pensieri che Amore suscitavagli in seno alla vista della vaga donzella (⁴); è una candida

(¹) Il Dionisi, *Preparaz.* pag. 72 dimanda: *E come può essere che due donne* (Beatrice e la Sapienza) *così diverse, sieno divenute quasi una sola? Io mi dispenserò con destrezza da tale istanza, rimettendo l'interrogante studioso a richiederne la soluzione allo stesso poeta*. A tale dimanda, risolta *con destrezza* dal Dionisi, vorremmo appunto rispondere con questo studio critico-psicologico.

(²) Ball: *Io mi son pargoletta:* e Son: *Chi guarderà giammai* ec.

(³) *V. N.* §. 1.

(⁴) Uno dei passi più controversi della *V. N.* e da cui voglionsi trarre indizj contro la reale esistenza di Beatrice, è quello del §. 2 che dice: *Nove fiate già appresso al mio nascimento era tornato lo cielo della luce quasi ad un medesimo punto .... quando alli miei occhi apparve prima la gloriosa donna della mia mente,* LA QUALE FU CHIAMATA DA MOLTI BEATRICE I QUALI NON SAPEANO CHE SÌ CHIAMARE. Leggendo qui cogli Editori Milanesi: I QUALI NON SA-

e melanconica storia di affetti profondi; una ingenua e piena confessione di ciò che v'era di più intimo e segreto nel cuore dell' amante. Ma un presentimento funesto della vanità della vita umana, un aura quasi di morte penetra e si aggira per entro a questa gentile nar-

PEANO CHE SÌ CHIAMARE, non mi par di trovare in questo passo disputato nulla altro che una di quelle ingegnose speculazioni sulla virtù de' nomi e sul loro recondito significato, di che troviamo molti esempj in Dante stesso, *conciossiachè i nomi seguitino le nominate cose siccome è scritto: nomina sunt consequentia rerum* (*V. N.* §. 13), ed in altri dell'età sua. Confr. nel §. 24 della *V. N.* quel ch'e' dice dell'amica di Guido: *E lo nome di questa donna era* Giovanna, *salvo che per la sua beltate, secondo ch' altri crede, imposto l'era nome* Primavera, *e così era chiamata* .... *E parvemi che Amore mi parlasse nel core e dicesse: Quella prima è nominata* Primavera *solo per questa venuta d'oggi, ch'io mossi lo impositore del nome a chiamarla* Primavera, *cioè* prima verrà *lo dì che Beatrice si mostrerà* ..... *E se anco vuoli considerare lo primo nome suo, tanto è quanto dire* Primavera, *perchè lo suo nome* Giovanna *è da quel Giovanni lo quale precedette la verace luce* .... *Ed anco mi parve che mi dicesse dopo queste, altre parole, cioè: chi volesse sottilmente considerare, quella* Beatrice *chiamerebbe* Amore *per molta simiglianza che ha meco*. E Parad. XII: *O padre suo veramente Felice, O madre sua veramente Giovanna, Se interpetrata val come si dice.*

Cino nelle sue rime va ghiribizzando sul valore del nome di Selvaggia: *Selvaggia n'è il bel nome, Nè fuor di sua proprietà lo tiro Se ancor vo' dir* Selvaggia, *cioè strana D'ogni pietà*. Boccaccio in una Epistola cangia un nome, appropriandone un altro che gli sembra più significativo: *Et ideo ex* Violante *cum viveret, mortuam, coelestem, idest* Olympiam *voco*. E nel proemio al Centonovelle parlando delle sue eroine: *Per nomi alle qualità di ciascuna convenienti o in tutto o in parte, intendo nominarle*. Così anche e' cangiò il nome della amata, di *Maria* in *Fiammetta: Il suo nome è da noi chiamato* Fiammetta, *posto che la più parte delle genti nel nome di colei la chiamino per la quale quella piaga che 'l prevaricamento della prima madre aperse, si racchiuse.* E anche sul nome di *Dante* furono fatti questi giuochi ingegnosi: ved. Boccaccio e il Buti; Mucchio da Lucca: *O spirito gentile, o vero dante A noi mortali, il frutto della vita*. E Bandino d' Arezzo: *Quum Dantes per ethymologiam dicatur, quasi* dans Theos, *idest Dei notitiam.*

Ma fra tutti i nomi nessuno meglio di quello della amata di Dante si prestava a ciò. Un antico, parlando della b. Beatrice d'Este: *Gratia et nomine Beatricem*. E il Monaco Padovano: *Re ac nomine Beatrix*. E sul sepolcro della madre della Contessa Matilde: *Quamvis peccatrix, sum domna vocata Beatrix.*

Venendo ora alla interpetrazione del passo della *V. N.* è da notare che il nome usuale della figlia di Messer Folco era *Bice* (*per* B *e per* ice. Par. VII 14), accorciamento senza significato, di *Beatrice*. Nel testamento del padre si legge infatti: *Bici filiae suae.* E il Boccaccio: *Il cui nome era* Bice, *comecchè egli sempre dal suo primitivo, cioè* Beatrice, *la nominasse*. Dietro cui il Villani: *Beatricis, cui morositate florentinae facetiae,* Bice *dicebatur*. E il Landino: Bice, *la quale egli poi sempre chiamò per lo suo intero e diritto nome,* Beatrice. Or Dante, da *Bice* l'aveva cangiata in *Beatrice* perchè questo nome aveva per lui un significato di beatitudine: onde fa che Amore nel primo incontro gli dica nella mente queste parole: *Apparuit jam* beatitudo *vestra*. Ma v'erano anco molti altri i quali pur essi la chiamavano, dal suo primitivo, *Beatrice;* come suol dirsi *Giovanni* e *Gianni, Francesco* e *Cecco, Luigi* e *Gigi* ec. Questi però, così dicendo, *non sapeano che sì chiamare;* non sapevan bene quel che dicevano, ignoravano

razione d'amore, e la cinge di tristezza dalla prima visione in che al poeta apparisce Amore che, tenendo in braccio Beatrice avvolta in un *drappo sanguigno*, la porta verso il cielo [1], fino all'ultima parola colla quale, avveratasi la profezia funesta, si prenunzia l'apoteosi. In questa prosa semipoetica e di bellissime poesie tutta cosparsa, è ritratta insomma una vita intera di affetti di speranze di timori, espressi col linguaggio della passione, che è linguaggio del vero: e chi sa per prova che sia un amore alto, gentile, ma sfortunato, quegli sentirà meglio come questa sia storia verace. Ma chi poi voglia ostinarsi a trovar da per tutto simboli ed allegorie, bisogna pure che disconosca e neghi l'indole veramente drammatica di questo libro, nel quale la parte prosastica non è semplice commento, ma animata e vivace esposizione delle occasioni storiche di ciascun Sonetto e di ciascuna Canzone. Ogni componimento poetico infatti è quasi sostanziale episodio di più ampio dramma che si svolge nel cuore di Dante, e si riflette di fuori nelle due forme appropriate di verso e di prosa. Che se l'affetto di Dante fosse stato invece rivolto alla Filosofia, esso, per quanto intenso, avrebbe dovuto esser placido e calmo per la natura sua propria e per quella dell'oggetto amato; e tutti quei particolari di fatto, tutte quelle descrizioni di scene reali, tutta insomma la parte prosastica sarebbe o menzogna o inutile sforzo d'ingegno. Ed è noto come volendo interpetrare allegoricamente quei fatti, che hanno vero valore e reale importanza sol se si intendano a lettera, i commentatori sieno molte volte caduti nelle sottigliezze o nel ridicolo [2].

cioè quanto dirittamente appropriassero alla fanciulla questo nome significativo, che le davano senza pensarne il valore. Tale spiegazione consuona con quelle parole della Canzone di Cino a Dante in morte appunto di Beatrice: *Già sarà in ciel gita Beata cosa ch'uom chiamava il nome;* e quando si pensi che Cino era stretto amico di Dante e che poteva aver saputo da lui il valore ch'egli attribuiva al nome dell'amata, queste parole della Canzone del pistojese acquisteranno l'aspetto e il pregio di un commento dichiarativo.

(1) *V. N.* §. *3:* « *Lo verace giudicio del detto sogno non fu veduto allora per alcuno, ma ora è manifesto alli più semplici* ».

(2) Ripeterò quì alcune fra le dimande fatte dal Torri ai fautori del sistema allegorico:

E ad ogni modo del metodo adoperato da Dante per esporre filosoficamente i proprj versi, rimane un saggio nelle prose del *Convito*, ove alla vivace narrazione drammatica, si sostituisce l'austero argomentare dello scolastico e il freddo discutere del moralista.

Nè a riconoscere nella *Vita Nuova* un racconto di fatti reali può opporsi la forma speciale adoperata di preferenza dal poeta. Non si può ragionevolmente negare che la *Vita Nuova* sia racconto di un amore vero verso una donna vivente, sol perchè la forma abbia alquanto del mistico, e vi abbia copia di estasi e di visioni. Imperocchè ciò deriva dalla natura propria della mente di Dante. Ed egli che, negli anni suoi più tardi descrisse l'universo immaginando una visione, e narrandola altrui con mirabile magistero di allegorie e di simboli, ben poteva negli anni suoi giovanili, quando più fresca e vigorosa era la fantasia, descriver la storia dell'amor suo con visioni, allegorie e simboli. Polisensa è la *Commedia* perchè la mente stessa del poeta era polisensa; chè il suo ingegno concepiva e significava le cose nella pienezza dell'esser loro, e in tutti gli aspetti e le relazioni di che sono capaci. Mistica e contemplativa è la *Vita Nuova*, perchè cosiffatta era pure la mente di Dante; e perchè l'affetto, come egli lo chiama, *nuovissimo* (1), fuori cioè d'ogni consuetudine ed abito umano, non soffriva di esser espresso colle forme adoperate prima di lui da altri poeti, a significare sentimenti men puri e gentili dei suoi. Di quì un grande ostacolo a ben intendere questo amore, del quale, noi, uomini moderni, possiam non difficilmente discernere le varie vicende e i fenomeni, ma non agevolmente conoscerne la propria natura se non ricostruendo, direi quasi, per forza di intelletto e di fantasia, la figura individua del poeta, e ponendolo in quei tempi che

Se Beatrice è la filosofia o una idea politica, che significa il farla nascere in Firenze? chi è la compagna di lei morta in giovane età? chi è il padre di essa, di cui pur si racconta nella *V. N.* la morte? e la morte stessa di lei che significa? E vi sarebbero da far anche altre dimande. Sò che i fautori dell'Allegoria superano il meglio che possono queste difficoltà: ma lo fanno eglino sempre in modo da soddisfare il lettore?

(1) *V. N.* §. 18.

furono veramente la gioventù serena, immaginosa e poetica — la *Vita Nuova* — della schiatta italiana (¹).

Del resto, l'Allegoria è forma nella quale naturalmente si adagiava un intelletto avvezzo per propria indole, a riconoscere e cogliere i nessi, le rassomiglianze, le attinenze intime che le cose han fra loro nell'aspetto attuale e nella essenza ideale. E così anco le visioni, delle quali è cosparsa la *Vita Nuova*, non sono nè sogni volgari nè allucinazioni di infermo, ma rapimenti estatici con assoluto distacco dai sensi (²), in cui l'anima si sublimava, facendosi scala della meditazione profonda alla ideale contemplazione. Ma nè l'Allegoria nè la Visione son per Dante, spediente o, se vuolsi, forma studiata di arte; sono invece, modo proprio, naturale e spontaneo di considerare, e di rappresentare poi le cose, derivante dalla tempra speciale dell'animo e dell'intelletto del poeta.

La *Vita Nuova* adunque, col mezzo principalmente delle forme sopra ricordate, è la storia di un amore puro ed intenso verso una donna adorna di virtù e di bellezza, che indi a poco a poco diventa pel poeta amante la personificazione stessa della Bellezza perfetta (³) e della somma Virtù (⁴).

Ma nella *Vita Nuova* debbonsi, per quanto a me sembra, distinguere tre diversi momenti e tre diverse manifestazioni dell'affetto. La gentile immagine di Beatrice *pargoletta* appare sul principio del racconto, attraendo l'attenzione del lettore fino al momento in che il bel fiore della gioventù di lei è reciso; e benchè, dalla prima apparizione alla morte, vengano via via a farle corona i leggiadri volti di

(¹) Acutamente osserva Gino Capponi circa alla Beatrice: « Intorno ad essa noi disputiamo lite impossibile a risolvere, fatti incapaci come noi siamo a insieme congiungere e comprendere in un pensiero solo, la forma terrena ed una ideale bellezza, e ad innalzare l'affetto senza attenuarlo, svanito fuori d'ogni realtà, sì ch'esso divenga concetto sterile della mente . . . . . Questo continuo trapassare che facevano gli animi più elevati dalle sensibili alle astratte e di qui alle divine cose, fu la poesia di quell'età » (*Lettera 3.ª al Capei sui Longobardi*).

(²) Confr. Purg. XVII. 13-18.

(³) « Per esempio di lei beltà si prova ». Canz. *Donne che avete*.

(⁴) « Distruggitrice di tutti i vizj, e regina delle virtù » *V. N.* §. 10. « Conciossiachè questa donna fosse in altissimo grado di bontade ». *V. N.* §. 22.

altre donzelle, nessuno di questi distoglie l'occhio da lei che sola campeggia nel quadro, diffondendo su tutte un raggio della sua vivida luce. Beatrice è sempre sino al fine della *Vita Nuova,* il personaggio principale di questo dramma di amore; ma per ciò che spetta ai sentimenti ch'ella desta nel poeta e al modo col quale ei li significa, vi ha nel libro alcune differenze che intendo brevemente notare.

Certo l'amore è sempre provato ed espresso da Dante in modo che sostanzialmente differisce da come l'avean descritto i poeti del paganesimo ed anco gli antecessori e contemporanei provenzali o italiani; ma pur nonostante, sul principio della *Vita Nuova* abbiamo la immagine di un affetto che per quanto purissimo, ha radice e fondamento nella realtà della vita, e nasce dalla vista sensibile (1) dell'oggetto amato e per essa si mantiene, manifestandosi, come sempre accade in casi consimili, con pianti, tremori, brevi gioje, intenso desiderio, ardenti parole (2). Ciò che Dante cerca in questo primo momento dell'amor suo, è il *saluto* di Beatrice; ciò di che si duole, è la momentanea privazione del saluto stesso. Poi, l'affetto sempre più si purifica: diventa una adorazione spirituale della donna amata, un idoleggiamento contemplativo; e il *fine dell'amore* è la *lode* soltanto di Beatrice. Quando, in ultimo, l'affetto si converte, per la morte della vaga fanciulla, in santa reminiscenza, quando alla vista è sostituita la memoria, allora noi arriviamo al terzo momento; e già nella fantasia del poeta comincia quella trasfigurazione di Beatrice che poi ci si mostra intera nella *Divina Commedia*. Nel primo momento, Beatrice è donna reale; nel secondo è personificazione vivente; nel terzo è simbolo animato in cui si uniscono e congiungono intimamente la donna e la personificazione. A quest'ultima meta già accennava di poter giungere, fino

(1) «Tosto com'io immagino la sua mirabile bellezza, sì tosto mi giunge un desiderio di vederla . . . . . e non mi ritraggono le passate passioni da cercare la veduta di costei». *V. N.* §. 15.

(2) Per es. « Mi comandi per messo ch'io muoja E vedrassi ubbidire al servitore ». Ball. *Ballata io vò* ec.

dal suo primo manifestarsi, l'amore di Dante per la Portinari: la morte rese possibile la glorificazione dell'oggetto amato. ed essa fu compiuta pel sopravvivere della passione nel cuore dell'amatore e pel lungo studio fatto onde innalzare a Beatrice imperituro monumento di lode. Così si ritrova quella unità di pensieri e di affetti che collega insieme fra loro tutte quante le opere di Dante: unità che risiede in una continua progressione ed in una purificazione continua del primo affetto, e si mantiene malgrado quelle deviazioni, di cui pur troveremo le tracce procedendo oltre in questo nostro studio psicologico.

Incominciamo intanto dall'analizzare la *Vita Nuova*, distinguendo accuratamente quei tre diversi gradi di affetto e di espressione, a cui di sopra accennammo.

Da principio abbiamo dunque un amore che, mentre non è procellosa passione (1) o dilettazione sensuale, non differisce però molto da un forte affetto che abbia stanza in qualsiasi cuore alto e gentile, in che lo spirito ha impero sul senso, e sovra l'istinto il sentimento (2). La prima volta che Dante vede Beatrice, non gli occhi soltanto rimangono presi dal nuovo spettacolo di bellezza: il cuore trema, l'intelletto si meraviglia, la voce esce in suono di lamento (3): e l'anima, le cui potenze tutte sono soggiogate e vinte, a ragione dice loro che la bella *figura* d'ora innanzi le signoreggerà: *E sarà donna sopra tutte noi Tosto che fia piacer degli occhi suoi* (4). Da questo momento l'affetto per Beatrice si immedesima in Dante colle cagioni del vivere: nessun atto o pensiero si sottrae all'imperio della passione: l'anima è *disposata* (5) ad Amore: gli occhi han vi-

(1) « Ed avvegnachè la sua immagine . . . . fosse baldanza d'amore a signoreggiarmi, tuttavia era di sì nobile virtù che nulla volta sofferse che Amore mi reggesse senza il fedel consiglio della ragione ». *V. N.* §. 2. « Amore mi comandava secondo il consiglio della ragione » §. 4.

(2) « Buona è la signoria d'Amore perocchè trae lo intendimento del suo fedele da tutte le vili cose ». *V. N.* §. 13.

(3) *V. N.* §. 2.

(4) Canz: *E' m' incresce di me* ec.

(5) *V. N.* §. 2.

gore soltanto per ammirare la bellezza di lei, la intelligenza per comprenderne la virtù, la memoria per raffigurarsela.

Ma la condizione di vita che in allora comincia pel poeta non differisce, come io diceva, sostanzialmente da quella di un qualsivoglia fervido amatore; dacchè questo amore è tuttavia, sebbene lievissimamente e purissimamente un amore umano. Codesta vita è, come per tutti coloro che fortemente e puramente hanno amato, una vicenda di sospiri e pianti, di desiderj e lamentazioni, di scoramenti e speranze. Ei cerca la presenza della donna amata, dacchè il *fine dell'amore* è in questo momento la *vista* e il *saluto* di Beatrice: la cerca nelle chiese, la cerca nei festivi ritrovi di giovinette: ne ottiene saluti che lo rendon beato e che, negati, lo fanno infelicissimo (1). A quel *soverchio di dolcezza* (2) che gli vien dalla vista e più dal saluto e dalle parole dell'amata, *tremano gli occhi* (3), trema il cuore, ammutolisce la voce; e le compagne di Beatrice, e Beatrice stessa ignorando d'esserne causa (4), sommessamente si ridono di lui; ond'ei se ne duole ed invoca pietà (5). Ma saziati gli occhi nel caro aspetto, quasi *inebriato* (6) ei torna al *solingo luogo* (7) della sua cameretta; ed ivi si pone a pensare di lei finchè l'assidua meditazione fecondata dal pianto, si converte in visione.

Pure, in tale stato tanto ancora gli resta di prudenza e di accorgimento da saper celare altrui il suo segreto (8), e da far supporre che altra donna sia quella per cui sospira, e costei guarda in modo che si vegga questo suo mirar fiso, e per costei scrive in rima, facendosene *schermo* (9) al vero.

In questa condizione, ch'ei chiama acconciamente *battaglia* (10), rimane Dante lungo tempo; sinchè l'amore, che ormai tutto lo possiede e governa e che, alimentato nel segreto dell'anima sua, raddoppia di vigore, si purifica e perfeziona. Egli allora non cerca più Bea-

(1) *V. N.* §. 10, 11, 12. (2) *V. N.* §. 11. (3) *V. N.* §. 11.
(4) *V. N.* §. 14. (5) *V. N.* §. 14, 15. (6) *V. N.* §. 3.
(7) *V. N.* §. 3, 14. (8) *V. N.* §. 5, 9, 12. (9) *V. N.* §. 5.
(10) *V. N.* §. 14, 16. - E §. 18: « sconfitte ».

trice, perch'ei ne ha ben fitta la immagine dentro l'anima sua: alla contemplazione corporea degli occhi succede la segreta contemplazione dell'intelletto: ei non trema più, non piange più perchè si sente beato in quella intima adorazione: il saluto che dianzi era *intollerabile beatitudine* la quale *passava e redundava la sua capacità* ([1]). diviene *dolcezza onesta e soave* ([2]): *il fine dell'amore* non è più la *vista* di Beatrice, ma la *lode*. *Madonne,* così ei racconta un dialogo con alcune gentili, *lo fine del mio amore fu già il saluto di questa donna, ed in quello dimorava la beatitudine ch'era fine di tutti i miei desiderj. Ma poichè le piacque di negarlo a me, lo mio signore Amore, la sua mercede, ha posta tutta la mia beatitudine in quello che non mi puote venir meno .... Noi ti preghiamo che tu ne dica ove sta questa tua beatitudine. Ed io rispondendole, dissi cotanto: In quelle parole che lodano la donna mia .... E proposi di prendere per materia del mio parlare sempre mai quello che fosse loda di questa gentilissima* ([3]).

Così incomincia nella *Vita Nuova,* e precisamente colla Canzone: *Donne che avete intelletto d'amore,* quella che Dante, *quasi vergognando* ([4]) degli intendimenti contenuti nelle rime anteriori, chiama *materia nuova e più nobile della passata* ([5]). In che cosa consista questa novità e nobiltà maggiore, si conosce dalle rime stesse di questo secondo periodo dell'affetto, nelle quali cessa la lamentazione, e comincia l'Inno ([6]). L'amore per Beatrice nulla ha perduto del vigor suo, nè per staccarsi dalla realtà, si attenua: ma invece di esser giogo *forte* e duro, stà dolce e *soave* ([7]) nel cuore: invece di essere ardente e doloroso conflitto, è fervorosa dilezione piena di celeste e sereno gaudio ch'egli non sa come far intendere altrui. *Ingegnati se puoi, d'esser palese:* dice egli alla sua Canzone. Difficile infatti è

([1]) *V. N.* §. 11. ([2]) *V. N.* §. 26. - E: « Tanta onestà venia nel cuore ».
([3]) *V. N.* §. 18. ([4]) *V. N.* §. 18. ([5]) *V. N.* §. 17.
([6]) « La lingua parlò quasi come per se stessa mossa, e disse: Donne che avete intelletto d'amore ». *V. N.* §. 19.
([7]) *V. N.* §. 28. frammenti di Canz.

svelare questo strano mistero dell'affetto. Nella ardente fantasia del poeta, l'amata diventa un essere superiore alla umana condizione, un *nuovo miracolo gentile* (1) che Dio ha concesso al mondo e che i beati nell'empireo richiedono ad alta voce a Colui che l'ha creata: *Madonna è desiata in alto cielo* (2). Ella diviene simulacro vivente della perfetta bellezza fisica (3) e morale (4): Dio intese di far di lei *cosa nuova* (5); e felici coloro che potranno mirarla, e sentir i benefici effetti della sua presenza! *E qual soffrisse di starla a vedere Diverria nobil cosa o si morria; E quando trova alcun che degno sia Di veder lei, quei prova sua virtute Chè gli addivien ciò che gli dà salute: Ancor le ha Dio per maggior grazia dato Che non può mal finir chi le ha parlato* (6). *Ogni dolcezza, ogni pensiero umile Nasce nel cuore a chi parlar la sente, Ond' è beato chi prima la vede* (7)! Felici le donne, che comprenderanno di esser tenute a *render mercede a Dio di tanta grazia* (8), quanta è quella dell'aver Lui mandato quaggiù in forma femminile e fra loro, una animata effigie della sua perfezione! E come ogni *invidia* (9) deve tacere nelle coetanee ed amiche, così — e questo è ben più straordinario — nessuna cura gelosa punge il cuore di Dante: perchè, come esser gelosi di cosa la quale appartiene a Dio e non al mondo? di cosa destinata non ad eccitare caduchi affetti umani, ma *venuta di cielo in terra a miracol mostrare?* (10) — *Quando passava per la via,* scrive Dante, *le persone correvano per vederla; onde mirabile letizia me ne giugnea* (11). Quì la storia, nemica spesso alla poesia, ci narra che Beatrice andasse a nozze con altri; pur Dante di questo non fe' mai cenno alcuno. Sia

(1) Son: *Negli occhi porta* ec. (2) Canz: *Donne che avete* ec.

(3) « Un angel figurato ». Son: *Di donne io vidi* ec.

(4) « Dice di lei Amor: cosa mortale Come esser può sì adorna e sì pura? » Canz: *Donne che avete* ec. « Lume di cielo in creatura degna ». Canz: *Morte* ec.

(5) Canz: *Donne che avete* ec.

(6) Canz: *Donne che avete* ec. (7) Son: *Negli occhi porta* ec.

(8) Son: *Vede perfettamente* ec. — « Fa parer l'altre beate »: Son: *Voi donne* ec. — « Le altre onora ». Son: *O dolci rime* ec.

(9) Son: *Vede perfettamente* ec. E anche: « Ciascuna per lei riceve onore ». *Ivi*.

(10) Son: *Tanto gentile ec.* (11) *V. N.* §. 26.

che vuolsi di ciò; ma certo, niuno più ricco o più fortunato di lui, potea tôrgli il possesso intellettuale della sua amata, e rompere il misterioso connubio giurato fra l'anima sua e quella di Beatrice.

Così l'amore di Dante differisce da ogni altro amore terreno, e da quello pur anco ch'egli aveva provato nel tempo anteriore, perchè questo affetto non è più speranza di contraccambio, brama di cortese saluto o di affettuosa parola, ma dolcezza infinita di poter comprendere egli solo fra tanti, mercè di Amore (1), l'intima virtù di questa donna, o a dir meglio, di questa celeste apparizione (2): è appagamento ineffabile di poterne cantare le lodi come, senza meschianza di umani desiderj o speranza di mercede, si canterebbero le lodi di Dio. Nè senza ragione paragono l'amore di Dante in questo momento al puro anelito di un anima inebriata nell'amore divino; dappoichè Dante stesso ci persuade colle sue parole, un tal paragone. Infatti, una strana combinazione del ritorno del numero *nove* in ogni avvenimento che riguardava Beatrice, congiungendosi nella mente di Dante a mistiche dottrine ed a scientifiche speculazioni in cui egli già si compiaceva, rafforzavagli il convincimento della eccelsa natura di quest'essere straordinario al quale prestava spirituale omaggio. E fantasticando nel fervido intelletto su questa coincidenza che di *nove* anni ei l'aveva vista la prima volta, e che l'anno il mese l'ora *nona* eran ritornati al compiersi di tanti avvenimenti spettanti alla storia del suo affetto, e questo mettendo assieme colle arcane qualità che a certi numeri attribuivansi dalla tradizione e dalla scienza de' tempi, facilmente e' si persuase che Beatrice era essa stessa un mistero, *un miracolo, la cui radice è solamente la mirabile Trinità* (3).

Di nessuna donna mai fu detto altrettanto nè parrebbe potesse

(1) « Le mie bellezze .... Non posson esser conosciute Se non per .... uomo in cui Amor si metta ». Ballat: *Io mi son pargoletta* ec.

(2) « Io fui del cielo e tornerovvi ancora .... Le mie bellezze sono al mondo nuove Però che di lassù mi son venute ». Ball: *Io mi son pargoletta* ec.

(3) *V. N.* §. 30.

dirsi anco nell'impeto lirico, senza nota di empietà o di follia. Se non che, veggasi come in questo momento l'amore di Dante era giunto a tal grado di purità ([1]), non avendo bisogno di esser soccorso dalla vista materiale, da sembrare estasi affettuosa di un anima abitatrice de' cieli verso un' altra anima beata, non già affetto di un essere mortale e corporeo verso un essere mortale similmente e corporeo. E dicasi pure che cotesti sono sogni e delirj di mente inferma: ridasi, se vuolsi, di cotesta esaltazione della donna amata, fatta pari a Dio; ma si rida allora, anche quando nel Purgatorio, Dante ci rappresenta Beatrice che, circondata dai Santi e dai Profeti, a lui rammenta l'antico affetto della puerizia. Chiaminsi questi sogni e delirj; ma si riconosca ancora come per tal modo la donna amata saliva a tanta altezza che il pensiero, per potersi affisare in lei, era costretto ei pure a sublimarsi *oltre la sfera che più larga gira* ([2]).

Già prima adunque che Beatrice si spogliasse della veste mortale, noi vediamo aver principio nella fantasia del poeta quella trasformazione di lei, che indi si effettua appunto per la morte, sopraggiuntale quando di poco aveva oltrepassati i 24 anni. Concessa da Dio al mondo sol per far fede della sua bontà, richiesta in cielo dagli Angeli con ardenti preghiere, alle quali faceva contrasto soltanto la Pietà che difendeva innanzi al trono del Signore la causa del misero amante, Beatrice doveva presto lasciar la terra, facendo ritorno là dond'era discesa. E una breve malattia sofferta da Dante, avendogli fatto ripensare alla caducità della vita umana, forte sospirando e quasi a un tratto gli si svelasse un ascoso mistero, ei gridò affannosamente: *Di necessità conviene che la gentilissima Beatrice alcuna volta si muoja*. E il *fallace immaginare* ([3]) gli fe' vedere allora volti orribili e strani, e donne scapigliate e piangenti, e oscurarsi il sole e impallidire le stelle e cader morti gli animali e tremare la terra. Ma

(1) Odasi la definizione di amore data da Dante: « Amore non è altro che unimento spirituale dell'anima e della cosa amata ». *Conv.* III. 2.

(2) *V. N.* §. 42.

(3) Canz: *Donna pietosa* ec.

dopo queste terrifiche immagini, pareagli vedere moltitudine d'Angeli che volavano al cielo, avendo dinanzi a loro una *nebuletta bianchissima;* e tutti cantavano: *Osanna*. Indi, avvertito del suo danno da un amico, correva a Beatrice, ma ne vedeva soltanto la gelida spoglia: l'anima era salita al cielo in quella *nebuletta bianchissima* che gli Angeli accompagnavano col sacro canto degli Inni (1).

Poco tempo dopo questa visione, il tristo presagio si avverava. Ma Beatrice non morì, secondo Dante, per le ragioni onde i corpi umani vengono a perire: *Non la ci tolse qualità di gelo Nè di calor, siccome l'altre face* (2). La sua morte non fu tanto un ritorno del corpo alla terra, quanto un rivolare dell'anima al cielo (3): Dio la

(1) « Mi giunse uno sì forte smarrimento ch'io chiusi gli occhi, e cominciai a travagliare come farnetica persona ed immaginare in questo modo: che nel cominciamento dell'errare che fece la mia fantasia, mi apparvero certi visi di donne scapigliate che mi diceano: Tu pur morrai. E dopo queste donne, m'apparvero certi visi diversi ed orribili a vedere i quali mi diceano: Tu se' morto. Così cominciando ad errare la mia fantasia, venni a quello ch'io non sapea dove io fossi, e veder mi parea donne andare scapigliate piangendo per via, meravigliosamente tristi, e pareami vedere il sole oscurare sì che le stelle si mostravano d'un colore che mi facea giudicare che piangessero; e parevami che gli uccelli volando cadessero morti, e che fossero grandissimi terremoti. E maravigliandomi in cotale fantasia e paventando assai, immaginai alcuno amico che mi venisse a dire: Or non sai? la tua mirabile donna è partita di questo secolo. Allora incominciai a piangere molto pietosamente, e non solamente piangea nella imaginazione, ma piangea con gli occhi, bagnandoli di vere lagrime. Io imaginava di guardare verso il cielo, e pareami vedere moltitudine di Angeli i quali tornassero in suso ed avessero dinanzi loro una nebuletta bianchissima, e pareami che questi Angeli cantassero gloriosamente, e le parole del loro canto mi parea che fossero queste: *Osanna in excelsis,* ed altro non mi parea udire. Allora mi parea che il cuore ov'era tanto amore mi dicesse: Vero è che morta giace la nostra donna. E per questo mi parea andare per vedere lo corpo, nel quale era stata quella gentilissima e beata anima. E fu sì forte la errante fantasia, che mi mostrò questa donna morta; e pareami che donne le coprissero la testa con un bianco velo: e pareami che la sua faccia avesse tanto aspetto d'umiltade che parea che dicesse: Io sono a vedere lo principio della pace. In questa imaginazione mi giunse tanta umiltade per veder lei, che io chiamava la morte e dicea: Dolcissima morte, vieni a me e non m'esser villana: perocchè tu dei esser gentile, in tal parte se' stata! or vieni a me che molto ti desidero: tu vedi ch'io porto già lo tuo colore. E quando io avea veduto compiere tutti i dolorosi misterii che alle corpora de' morti s' usano di fare, mi parea tornare nella mia camera, e quivi mi parea guardare verso il cielo; e sì forte era la mia imaginazione che piangendo cominciai a dire con vera voce: O anima bellissima, come è beato colui che ti vede! » *V. N.* §. 23.

(2) Canz: *Gli occhi dolenti* ec.

(3) « Mi par già veder lo cielo aprire E gli Angeli di Dio quaggiù venire Per volerne

ritolse seco, perchè *esta vita nojosa Non era degna di sì gentil cosa* (1).

Chi ha cuore comprenderà di leggeri quanta dovesse essere l'angoscia di Dante allorquando gli fu tolta la diletta dell'anima sua (2). Ma riflettasi poi come, solo per tal luttoso avvenimento (3), Beatrice amata dapprima come bellissima e gentilissima fra le donne, idoleggiata quindi come visibile esempio d'ogni virtù, potesse trasformarsi in simbolo eccelso di queste virtù stesse. Soltanto coll'essersi sciolta da ogni sensibile apparenza e da ogni corporea fralezza, la finita e caduca beltà di Beatrice diventa bellezza infinita e spirituale: *Il piacer della sua beltade, Partendo sè dalla nostra veduta, Divenne spirital bellezza grande* (4). Così si veniva formando entro la fantasia di Dante una immagine nuova, nella quale il volto che Beatrice aveva avuto in vita, era circonfuso di luce divina. E già innanzi di ritrarla in versi immortali, Dante nel primo anniversario della morte di lei, provandosi a disegnarne la figura sopra *certe tavolette,* ritraeva invece il volto di un Angelo (5).

III.

Chi crederebbe che un amore durato tanti anni, salito a tanta altezza e purità, santificato dalla morte e avvivato dal pianto, potesse mai illanguidire nel cuore di Dante, e permettergli altri affetti verso altre donne? Nulladimeno — tanta è l'umana fralezza! — questo avvenne. Se non che l'origine, o almeno l'occasione, del nuovo amore è pur sempre, in certo modo, Beatrice. Breve è questo epi-

portar l'anima santa ». Canz: *Morte* ec. « Ita n'è Beatrice in alto cielo Nel reame ove gli Angioli hanno pace E sta con loro » Canz: *Gli occhi dolenti* ec. « E fella (Dio) di quaggiuso a sè venire ». *Id. Id.*

(1) Canz: *Gli occhi dolenti* ec.

(2) « E qual è stata la mia vita poscia Che la mia donna andò nel secolo novo Lingua non è che dicer lo sapesse». *Id. Id.* « Io sono astioso di qualunque muore ». Canz: *Quantunque volte* ec.

(3) « Io era certo e sono per sua graziosa rivelazione che ella era in cielo, ond'io pensando spesse volte come possibile m'era, me n'andava quasi rapito ». *Conv.* II. 8.

(4) Canz: *Quantunque volte* ec.

(5) *V. N.* §. 35.

sodio; e la momentanea distrazione degli affetti vale quindi a rivolgere, con nuova possanza, tutte le forze del cuore e dell'ingegno, verso l'antico obbietto.

Stando adunque Dante nel continuo pensiero della defunta giovinetta, e non trovando conforto all'intenso dolore, ecco sopravenirgli un caso che sarebbe stato tale forse da renderlo colpevole di vero tradimento verso Beatrice, se la immagine di lei fossegli stata meno profondamente sculta nella memoria. Imperciocchè un giorno standosi in luogo che gli rammentava il tempo passato, e pei *dolorosi pensamenti* che in lui sorgevano mostrando *di fuori una vista di terribile sbigottimento,* accorgendosi del suo *travagliare* e volendo conoscere se altri lo vedesse in quella misera condizione, ei levò gli occhi, li girò intorno, e gli si mostrò *una gentildonna, giovane e bella molto*, la quale *pietosamente* lo riguardava, non ignara certo della sventura ond'era percosso ([1]). Ed egli, provando nuova voluttà nel vedere che altri compatisse al suo affanno, a poco a poco cercò la presenza di lei; e scorgendola sempre pietosa in vista ([2]), dalla compassione argomentando l'amore, venne a persuadersi che *nobilissima* cosa dovesse esser l'affetto di donna così gentile ([3]). Laonde le diresse un Sonetto esprimente i pensieri che in lui sorsero quando la vide così misericordiosa della sua *vita oscura* ([4]); e poichè anche il pallido volto di questa gentile gli rammentava quello di Beatrice, spesso ei ritornava a vederla quasi per contemplare un vivente ritratto della defunta; e gli occhi si struggevano in lagrime, in lei scorgendo *Color d'amore e di pietà sembianti* ([5]).

Ma a poco a poco, e naturalmente, accadde che questo misterioso consentimento di dolore minacciasse di divenire vero sentimento d'amore ([6]). Gli occhi cominciarono a *dilettarsi troppo* ([7]) di vedere la donna gentile per la sua propria beltà: sicchè Dante, quando

([1]) *V. N.* §. 36. ([2]) « Occhi gentili e dolorosi pianti » Son: *Color d'amore* ec.
([3]) *V. N.* §. 36. ([4]) Son: *Videro gli occhi* ec. ([5]) Son: *Color d'amore* ec.
([6]) « Deh che pensiero è questo che in così vil modo mi vuol consolare! » *V. N.* §. 39.
([7]) *V. N.* §. 38.

da tal vaghezza si riscuoteva, crucciavasi forte con sè medesimo, rimproverandosi quasi di fellonia (1), e vituperando la *vanità* degli occhi suoi: *Voi non dovreste mai, se non per morte La vostra donna che è morta obliare* (2). Questa *battaglia* (3) fra l'antico affetto e il nuovo sentimento che s'insinua furtivo, questo conflitto tra la fedeltà dello spirito e la propensione del senso, tra la *memoria* e la *vista* (4), tra l'*anima* e il *cuore* (5), vien descritto in alcuni Sonetti della *Vita Nuova* che, senza il commento dell' autore stesso, sarebbero di assai difficile intelligenza, e contribuirebbero a render sempre più intricata questa materia dell'amore di Dante.

Ma a salvarlo dal pericolo a cui incautamente correva, *mosso dagli occhi di quella pietosa che si turbava delli suoi martiri* (6), soccorse una nuova visione (7), nella quale ei rivide Beatrice collo stesso aspetto giovanile e con le vesti stesse sanguigne, in che già gli era apparsa nella prima visione della *Vita Nuova*. Questa provvida apparizione, ricordandogli i primordj dell' amore, e da questi rivolgendo la fantasia a ripercorrerne le lunghe vicende e gli episodj, fu di tanta virtù che per essa il nuovo *malvagio desiderio* venne *discacciato;* e *tutti i pensamenti si rivolsero* di nuovo alla *gentilissima Beatrice* (8). Riaccendendosi il cuore si *riaccesero i sospiri:* le lagrime del dolore antico si meschiarono a quelle della nuova penitenza; e quasi per castigo della loro *vanità*, gli occhi si ottenebrarono e si velarono per un cerchio di *colore purpureo* (9), sicchè indebolendosi la vista sensibile si acuiva vieppiù la intellettuale.

Per tal modo ritornato del tutto al pensiero di Beatrice e sbandito dal cuore ogni altro affetto, Dante ricevè in ricompensa da Beatrice stessa quella pura consolazione che venendo da altri, era insidia; e una nuova e più solenne visione gli mostrò la donna amata in tutta

(1) *V. N.* §. 39. « Pensiero .... vilissimo ». (2) Son: *L'amaro lagrimar* ec.
(3) *V. N.* §. 38. — E la chiama anche: « orribile condizione ».
(4) *Conv.* II. 2. (5) *V. N.* §. 39.
(6) Son: *Gentil pensiero ec.* (7) *V. N.* §. 40. (8) *Id. Id.*
(9) *Id. Id.* — « Amore Gli cerchia di corona di martiri » Son: *Lasso per forza* ec.

la sua gloria. *Appresso*, ei scrive, *apparve a me una mirabil visione, nella quale vidi cose, che mi fecero proporre di non dir più di questa benedetta, infintantochè io non potessi più degnamente trattare di lei. E di venire a ciò io studio quanto posso, sì com'ella sa veracemente. Sicchè, se piacere sarà di Colui per cui tutte le cose vivono, che la mia vita per alquanti anni perseveri, spero di dire di lei quello che mai non fu detto d'alcuna. E poi piaccia a Colui ch' è sire della cortesia, che la mia anima se ne possa gire a vedere la gloria della sua donna, cioè di quella benedetta Beatrice che gloriosamente mira nella faccia di Colui, qui est per omnia saecula benedictus* (1).

In queste parole stà quasi in germe (2), tutta la *Divina Commedia*. Ciò ch'egli scorgesse in questa visione, colla quale ha termine la *Vita Nuova,* Dante non vuole e non può dire, chè la sua mente, non è ancora da tanto; ma la *Divina Commedia* è narrazione ampia e diffusa di questa visione nella quale ei contemplò rapidamente ma compiutamente e quasi come in un quadro, tutto quello che poi ritrasse nel poema. Ciò che Dante contemplò in un attimo in quell' estatico rapimento, è descritto nel poema come veduto successivamente con distinzione di giorni e di ore; e l' estasi subitanea della fantasia che veloce trascorre e veloce si innalza dalle cose mortali e caduche alle eterne ed immortali, per affisarsi poi, come in ultimo termine, in *Beatrice beata* (3), venne ad assumer forma di viaggio nei regni del male, della penitenza e del sommo bene.

Non era facile al certo il *trattar degnamente* di Beatrice e il *dir di lei ciò che di nessuna donna fu detto;* e a tal fine Dante chiedeva lunga vita a Dio, *studiando* in questo mezzo quanto più po-

(1) *V. N.* §. 43.

(2) Il primo germe, o almeno il primo accenno al poema, vuolsi comunemente trovare nei versi della Canz: *Donne che avete* ec. i quali dicono, fingendo che Dio parli agli Angeli: *Diletti miei, or sofferite in pace Che vostra speme fia quanto mi piace Là ov' è alcun che perder lei s'attende, E che dirà nell' Inferno a' malnati Io vidi la speranza dei beati.* L'accenno è assai poco esplicito, e convien dire, come osserva il Giuliani, che nell'esecuzione del disegno, Dante non abbia poi avvisato conveniente di rammentare nell' *inferno ai malnati* come egli ebbe tanta grazia da veder quella ch'era speranza dei Santi. (3) *V. N.* §. 29.

teva, per trarne virtù a sciogliere il voto. Incomincia così per Dante una vita di meditazione, di studio indefesso, di fatiche, di vigilie, che lo faranno *per più anni macro*. Il poema esiste già in germe: la ragione e il fine di esso sono la esaltazione di Beatrice: la visione stà sempre presente alla memoria, custode di ciò ch'ei vide: ma resta a trovare, e a lavorar poi, l'ordito di una vasta trama. Imperocchè nella mente di Dante, avvezza come dicemmo, a cogliere i nessi e le relazioni fra le cose, il poema, nato da un giuramento di affetto e destinato a glorificare la defunta fanciulla, diventa poema universale che deve riprodurre tutto quello che gli ferve nell'animo, e raccogliere in se tutti gli elementi della vita mondiale — la storia, la politica, la religione; — tutte le forme dell'arte — la lirica, l'epopea, il dramma; — e collegare tutti i varj generi poetici — l'Inno, la Satira, la Tragedia, la Commedia. E questa vasta descrizione del mondo e dell'uomo debbe finire coll'apoteosi di Beatrice, perchè Beatrice è per Dante principio e termine insieme della conoscenza e dell'affetto, e sola fonte copiosa di ispirazione; ma ciò deve effettuarsi in modo, che non ne soffra la intrinseca unità del poema, e le cose più disparate sieno artisticamente connesse fra loro, come sono unite nella mente di Dante; in modo, che la vastità e varietà della materia non faccia obliar Beatrice, e Beatrice non paja inferiore a tanta grandezza di subietto; ma, nella nobiltà ed importanza dei concetti pei quali via via trapassa la mente del lettore, si presagisca che non è donna come le altre, colei che il poeta va cercando nei mondi fantastici, e che appare finalmente quando e il poeta e il lettore sono fatti degni di contemplarla da presso.

IV.

Questo periodo di preparazione dottrinale al Poema, è in gran parte segnato nel *Convito*. Era naturale che affaticandosi a raccoglier materiali pel monumento poetico da innalzarsi all'amata, e compia-

cendosi nella bellezza e nobiltà degli studj impresi a codesto fine (¹), qualche volta il pensiero di Dante fuorviasse, sebbene momentaneamente, dal vero obbietto prefisso; e correndo dietro ad altre immagini di intellettuale bellezza, il cuore paresse dimenticare, o meno acutamente ricordare, Beatrice. Una di queste deviazioni del pensiero e del cuore di Dante, l'abbiamo già notata, a proposito della gentildonna pietosa. Un altra è quella rimproverata da Beatrice stessa al poeta sulla cima del Purgatorio, quando a lui ricorda le *false immagini di bene che nulla promission rendono intera:* alludendo con ciò, secondo a me sembra, non solo al suo secondo amore, ma anche, e più, alle gare di parte, agli odj di setta, a quella appassionata partecipazione nelle pubbliche faccende che gli furon cagione del bando e della vita ramminga per tutta Italia (²). Una terza deviazione è quella che si contiene nel *Convito,* anch'essa poi interrotta nel suo corso dal risorgere possente dell'affetto, sicchè l'opera stessa rimase imperfetta e monca.

Cominciando a studiare il *Convito* per cercar di tôr di mezzo molte difficoltà suscitate ed accresciute dai critici e dagli interpetri, ricordiamo anzi tutto quello che l'autore stesso scrive sul bel principio: *E se nella presente opera la quale è Convito nominata, e vo' che sia, più virilmente si trattasse che nella Vita Nuova, non intendo però a quella in parte alcuna derogare, ma maggiormente giovare per questa quella* (³). Le due scritture sono adunque fra loro unite, ed insieme distinte; e mal fa colui che vuole l'una coll'altra confondere, e interpetrare la *Vita Nuova* col *Convito;* tanto più che questo è evidentemente scritto sotto l'impero di sensi ed intendimenti diversi da quelli che ispiravano Dante quando ei scriveva l'opera sua giovanile. Dicia-

(¹) «Cominciai a andare là ov'ella (la filosofia) si dimostrava veramente cioè nelle scuole de' religiosi e alle disputazioni dei filosofanti, sicchè in picciol tempo, forse di trenta mesi, cominciai tanto a sentire della sua dolcezza che il suo amore cacciava e distruggeva ogni altro pensiero». *Conv.* II. 13.

(²) «Honores, dignitates, magistratus, vel scientias mundanas aut poeticas» ec. Benv. Imol.

(³) *Conv.* I. 1.

mo quì dunque qualche parola sul *Convito*, lasciando da parte il 4.° libro di esso che non contiene materia d'amore (1).

(1) Senza entrar quì in minute indagini sul tempo in che fu scritto il *Convito*, parmi però potersi ritenere per indubitato: — 1.° Che le Canzoni *Voi che intendendo* e *Amor che nella mente*, illustrate nel 2.° e nel 3.° libro, sono posteriori alla *V. N.* ma scritte e pubblicate, e l'ultima anche musicata, anteriormente all'esilio non solo, ma al 1300, perchè ricordate espressamente nella D. C. — 2.° Che i Commenti in prosa sono posteriori alla composizione delle Canzoni: cosa ammessa dal benemerito Fraticelli per ciò soltanto che spetta alla seconda, facendo invece contemporanei il Commento e la Canzone *Voi che intendendo;* sebbene, come or ora dirò, senza prove molto valide. — 3.° Che il Trattato primo, il quale fa come da Prefazione generale al *Convito*, è senza dubbio posteriore all'esilio, benchè, come osserva il Balbo, non ci sia bisogno di assegnargli per data il 1313 secondo vorrebbe il Fraticelli, dacchè già nel 1304 Dante aveva percorso quelle varie parti d'Italia delle quali fa in esso libro menzione.

Quanto poi a decidere se i Commenti, posteriori secondo me alle Canzoni, sieno anteriori o posteriori all'esilio, dirò nel testo del discorso le ragioni che mi fanno propendere col Balbo per la seconda opinione. Ma anche ammettendo col Fraticelli che i libri del *Convito* fossero composti in varj tempi, e il 2.° e il 4.° scritti innanzi al 1.° e al 3.°, non mi sembra persuadente la sua argomentazione volta a provare che il 2.° debba riferirsi al 1297 — e ad ogni modo ad un tempo anteriore all'esilio — sol perchè nella D. C., che Dante riporta al 1300, vien rettificata una opinione scientifica in quello contenuta (II. 14). È noto come Dante sia stato nel poema scrupoloso osservatore della cronologia storica, parlando come di uomini viventi, di tali che eran già morti quand'ei scriveva, ma che nel 1300 respiravano tuttora *l'aer dolce che del sol si allegra*. Ma, come osservò anche il Venturi, eravi ragione per Dante di mantenere la stessa scrupolosa e pur necessaria esattezza, rispetto a semplici opinioni scientifiche? A Dante poteva parer necessario di rettificarne talune sulle quali, anche in tempo posteriore al 1300, aveva proferito pubblica sentenza in qualche suo scritto; nè un anacronismo di così lieve momento e che non toccava fatti storici, poteva ragionevolmente trattenerlo dal correggere ciò che per nuove meditazioni sembravagli erroneo. Ciò fece appunto due volte nel *Paradiso* (II. 61 ; XXII. 141) dove parla della causa delle macchie solari; e nel primo passo notisi ch'ei ritratta la opinione primitiva, non già come *scritta*, ma come pensata (*già la credetti rara e densa*). Perchè adunque il Poema si *finge* scritto nel 1300, non può supporsi che Dante dovesse avere la contradetta opinione innanzi al 1300, sicchè in cotesto tempo soltanto possa aver egli composta la parte del *Convito* ove si contiene l'errore rettificato. E nel Poema vi sono anche altri simiglianti anacronismi di lieve momento, quando si tratta non di fatti esterni, ma di opinioni o sentimenti dell'Autore; ricordisi ad esempio il celebre: *Se mai continga* ec.

Lo stesso ragionamento debbe farsi circa la implicita rettificazione che nell'VIII. 36 del *Parad.* si fa ad una opinione del II. 6 del *Convito*. Dante nel *Parad.* non fa altro che cambiare l'indirizzo del verso: *Voi che intendendo il terzo ciel movete*, trasportando l'invocazione dai Troni ai Principati. Nè vale la osservazione fatta dallo Scolari e ripetuta dal Fraticelli, che il Commento dev'esser contemporaneo alla Canzone, perchè senza illustrazioni non si sarebbe capito ch'ei rivolgeva il discorso alle celesti intelligenze motrici; chè la cosa è chiara per le parole *intendendo* e *movete:* poteva soltanto esser non ben chiaro di *quali* intelligenze ei favellasse, e dopo aver detto nel *Convito* che erano i Troni, nel *Parad.* volle che fossero i Principati. Se non che e' fece questa correzione come se non avesse mai pensato altrimenti: *A' quali tu nel*

La Canzone: *Voi che intendendo il terzo ciel movete,* contenuta nel 2.° libro del *Convito,* spetta ai tempi in che Dante studiava quanto poteva per rendere alla memoria di Beatrice il promesso omaggio di lode, e descrive una singolare condizione dell'animo suo, sorta dal combattimento tra l'affetto verso la defunta e la nuova beatitudine (1) della quale lo riempie la meditazione filosofica. In questa Canzone adunque, Dante ragionando alle angeliche intelligenze che guidano i moti del cielo di Venere, narra come un *soave pensiero* che gli parlava di Beatrice ed era *vita del cuore dolente,* soleva innalzarlo sino a Dio a' cui piedi vedeva *gloriare* la sua donna. Ma adesso apparisce *chi fa fuggire* quel primo dolce pensiero; ed è pure una *donna,* la quale par che porti scritta negli occhi *la salute* e la beatitudine. Però questa vittoria del secondo pensiero sull'antico non è senza contrasto, dacchè l'anima che già consolavasi nella contemplazione *d'un angiola che in cielo è coronata,* si duole amaramente d'esser derelitta dal pietoso ricordo, e si lamenta cogli occhi i quali si lasciarono vincere dalla bellezza della nuova apparizione. A questo rimprovero risponde un *gentile spirito d'amore,* rassicurando l'anima *sbigottita,* mostrandole quanto questa donna, di cui teme, ha *tramutato* la sua esistenza, e come essa deve ormai esser *chiamata* e riconosciuta per signora della sua vita. Accomiatando questa Canzone, a dritto le dice il poeta: *Io credo che saranno radi Color che tua ragione intendan bene Tanto tu parli faticosa e forte.*

Chi è costei della quale quì si parla come di nuova regina e dominatrice del pensiero e del cuore di Dante? come di tale che ha virtù di cancellare la rimembranza di Beatrice, che sino allora *teneva*

mondo già dicesti: Voi ec. e così evitò lo scoglio a cui sarebbe andato incontro rammentando l'opinione diversa come *scritta* nel *Convito*. E anche nel XXVIII 135. ripete questa rettificazione sulla gerarchia angelica, ma anche in questo caso senza citare il *Convito,* e destramente addossa l'errore a S. Gregorio, narrando come ei ridesse di sè medesimo quando, entrato nei cieli, conobbe l'errore in che era caduto da vivo.

Tutto ciò insomma prova soltanto che il *Paradiso* è posteriore al 2.° Trattato del *Convito*, ma non vale a determinare la data di questo ad un tempo anteriore al 1300.

(1) « La dolcezza ch' io sento in quello ch' io a poco a poco ricolgo ». *Conv.* I. 1.

la rocca della mente (1) di lui? Odansi le parole stesse colle quali Dante spiega il nascimento e le ragioni di questa sua nobil Canzone: *Appresso lo trapassamento di quella Beatrice beata, che vive in cielo cogli Angioli e in terra colla mia anima, quella gentil donna di cui feci menzione nella fine della Vita Nuova, apparve primamente, accompagnata da Amore, agli occhi miei, e prese alcuno luogo nella mia mente. E siccome è ragionato per me nell' allegato libello, più da sua gentilezza che da mia elezione venne ch' io ad esser suo consentissi: chè passionata di tanta misericordia si dimostrava sopra la mia debole vita, che gli spiriti degli occhi miei a lei si fêro massimamente amici, e così fatti dentro lei, poi fêro tale, che 'l mio beneplacito fu contento a disposarsi a quella immagine* (2).

Secondo la lettera adunque, avremmo quì di nuovo, per quanto Dante ne afferma, la gentildonna pietosa. Ma chi legga attentamente la Canzone, vedrà chiaro come quì si tratti, non di persona umana, ma di un essere astratto e simbolico; e si persuaderà che solo posteriormente, nel commento prosastico, Dante volle far una cosa stessa della gentildonna pietosa e di questa immagine allegorica, quasi per nascondere e velare in una forma di spirituale significato, una passione momentanea, o per dir meglio, un principio di passione, di cui, qualunque ne fosse la causa, sentiva profondo rincrescimento e somma vergogna. Nella Canzone — che certo è posteriore alla *Vita Nuova* e non è registrata in cotesto libro fra le altre poesie che accompagnano l' episodio della gentildonna pietosa - nella Canzone, dico, evidentemente si parla di una donna che non è viva nè vissuta mai. La spiegazione letterale e storica, contenuta nel posteriore Commento in prosa, è accomodata artificiosamente e sovraposta per sforzo d'ingegno: la spiegazione allegorica è la sola *vera* e plausibile (3).

(1) *Conv.* II. 2.

(2) *Conv.* II. 2.

(3) « Poichè la litterale sentenza è sufficientemente dimostrata, è da procedere alla esposizione allegorica e VERA » *Conv.* II. 160. — « Nella VERACE esposizione ». *Conv.* IV. 1. — E al *vero* senso allegorico alludono anche i versi del commiato alla Canzone: *Se per ventura egli addi-*

Or chi è dunque, lo ripeto, se non è persona viva, questa misteriosa donna che conforta il poeta, ma da' conforti della quale ei non rifugge, come già da quelli pericolosi ed insidiosi della gentildonna menzionata nella *Vita Nuova?* Ella è, Dante stesso cel dice, *la bellissima ed onestissima figlia dell' Imperadore dell' Universo, alla quale Pitagora pose nome Filosofia* [1]. E come avesse origine questo mistico affetto, l'autore lo narra, con queste formali parole: *Come per me fu perduto il primo diletto della mia anima, io rimasi di tanta tristizia punto, che alcuno conforto non mi valea. Tuttavia, dopo alquanto tempo, la mia mente, che s'argomentava di sanare, provvide, poichè nè il mio nè l'altrui consolare valea, ritornare al modo che alcuno sconsolato avea tenuto a consolarsi. E misimi a leggere quello, non conosciuto da molti, libro di Boezio, nel quale cattivo e discacciato, consolato s'avea. E udendo ancora, che Tullio scritto avea un altro libro nel quale, trattando dell' amistà, avea toccato parole della consolazione di Lelio, uomo eccellentissimo, nella morte di Scipione amico suo, misimi a leggere quello. E avvegnachè duro mi fosse prima entrare nella loro sentenza, finalmente v'entrai tant' entro quanto l'arte di Gramatica ch' io avea e un poco di mio ingegno potea fare: per lo quale ingegno molte cose, quasi come sognando, già vedea, siccome nella Vita Nuova si può vedere. E siccome esser suole che l' uomo va cercando argento, e fuori della intenzione trova oro, lo quale occulta cagione presenta non forse senza divino imperio, io, che cercava di consolare me, trovai non solamente alle mie lagrime rimedio, ma vocaboli di autori e di scienze e di libri: li quali considerando, giudicava bene che la Filosofia, che era donna di questi autori, di queste scienze e di questi libri, fosse somma cosa. E immaginava lei fatta come una*

*viene Che tu dinanzi da persone vadi Che non ti pajan d'essa (*tua ragione*) bene accorte, Allor ti priego che ti riconforte Dicendo lor, diletta mia novella: Ponete mente almen com' io son bella.* E il commento: « *Chè non voglio in ciò altro dire. . . se non: O uomini che vedere non potete la sentenza di questa Canzone, non la rifiutate però: ma ponete mente la sua bellezza ch' è grande, sì per la costruzione la quale si pertiene alli Grammatici; sì per l'ordine del sermone che si pertiene alli Rettorici; sì per lo numero delle sue parti che si pertiene a' Musici* » *Conv.* II. 12.

[1] *Conv.* II. 16.

donna gentile, e non la potea immaginare in atto alcuno se non misericordioso: per che sì volentieri lo senso di vero l'ammirava che appena lo potea volgere da quella (1).

Così questa ultima abberrazione dall'*antico pensiero* (2), ha tutte le esteriori condizioni che ebbe già l'altra verso la donna pietosa, principalmente perchè il fervido intelletto del poeta, non potendo appagarsi delle idee astratte, ma rivestendole sempre di visibile parvenza, immagina la Filosofia in forma di femmina, *gentile* insieme e *misericordiosa*. E tanto l'uno quanto l'altro affetto, sebbene nascessero l'uno dal cuore l'altro dalla mente (3), non furono senza contrasto dell'anima sempre innamorata di Beatrice, nè senza rimprovero agli occhi - agli occhi del volto nell'un caso, a quelli dell'intelletto (4) nell'altro. Siffatte rassomiglianze di vicende e di sentimenti (5) nel nascere e nel crescere dei due amori, così disformi fra loro ma ambedue avversi alla soave rimembranza di Beatrice, poteron rendere facile al poeta l'identificarli insieme, sì chè l'anteriore ed umano potesse quindi esser rappresentato come sensibil segno del posteriore, immateriale ed intellettivo.

Allato adunque all'amore di Beatrice, nasce adesso come cosa diversa, l'appassionato culto della Sapienza (6); tanto possente, da sembrar quasi che vinca l'antico affetto. Dante erasi dato allo studio solo per poter *dire più degnamente* della donna sua; ma in questo momento egli viene ad amar la scienza per sè medesima, per quel ch'ella è, non pei mezzi che deve porgergli a compiere la promessa. Così anche anteriormente egli era stato sul punto di cercar la presenza della donna pietosa per la propria bellezza di lei e cortesia, e non già pel conforto innocente ch' ei ne sperava dapprima al dolor suo nella morte di Beatrice.

(1) *Conv.* II. 13. (2) *Conv.* II. 9.

(3) « Questo amore nella mente mia fa la sua operazione » *Conv.* III. 3.

(4) Canz: *Voi che intendendo* ec. str. 3.a

(5) « Che pensieri è questo . . . . che mi vuol CONSOLARE? » *V. N.* §. 39 — « La mia mente che s'argomentava di SANARE ». *Conv.* II. 13.

(6) « Filosofia è uno amoroso uso di Sapienzia ». *Conv.* III. 12. — « A filosofare . . . . è necessario amore ». *Id.* III. 13. E vedi tutto il cap. 14.

Ma questa allettativa morale della Sapienza è ben più forte dell'altra; dacchè, collo studio, un nuovo mondo di idee e di fatti si è dischiuso dinnanzi alla sua mente, ed ei si sente irresistibilmente attratto da quella vasta mole di libri, di autori, di dottrine di che ha fatto tesoro. Venuto in possesso di tale ignota ricchezza, il primo scopo - la glorificazione di Beatrice - è momentaneamente smarrito alla vista. La scienza, i libri, gli autori, i vocaboli e le dottrine filosofiche gli appariscono nel loro proprio valore: lo studio diventa fine, non mezzo: e Dante in questo momento soggiace alla arcana virtù delle cose studiate ed apprese. Perciò due donne, o a dir meglio due immagini di donna, governano la sua mente e reggono i suoi affetti: Beatrice regna tuttora nella Memoria, ma la Filosofia è regina dell'Intelletto. Le due immagini stanno dinnanzi alla fantasia di Dante, distinte e diverse fra loro, e non solo distinte e diverse, ma in acre conflitto; ond'ei non sa comprendere *come un cuor puote stare Infra due donne con amor perfetto* [1]. E quì notisi di passaggio quanto errino coloro i quali tutta la vita affettiva di Dante riducono alla morale *amistanza* [2] colla Filosofia, e nella Beatrice della *Vita Nuova* ritrovano la umana denominazione e la corporea immagine di quella. I due affetti furono per lo contrario successivi l'uno all'altro e solo per breve tempo contemporanei, ma sempre distinti. Primo affetto, e amore vero e reale, è Beatrice: secondo affetto, meramente intellettuale, è la Filosofia. Ma Beatrice mai non si immedesima, nè nella *Vita Nuova* nè nel *Convito*, con la Filosofia; nè la Filosofia ha nessuna relazione, se non di contrasto, con Beatrice; e più tardi, quando sarà raffigurata anche come simbolo, essa significherà per Dante - come diremo - alcun che di più alto ancora della Filosofia.

A questo stesso periodo in cui vi ha conflitto fra cuore e memoria da un lato, ed intelletto dall'altro, si riferisce pur anco la Canzone commentata nel 3.° trattato del Convito: *Amor che nella*

(1) Son: *Due donne in cima della mente mia.*
(2) *Conv.* III. 11.

mente mi ragiona; sulla quale non mi tratterrò perch' essa è scritta tuttaquanta, e senza dubbio alcuno, in lode della Filosofia (1).

E quì vorrei di subito ritornare alla storia ed alle vicende dell'amore verso Beatrice, se non dovessi investigare qual fosse la probabil ragione che a Dante fe' dire di essere innamorato della Filosofia, e scrivere il *Convito*.

E, anzi tutto, fu egli un vero amore questo culto di Dante per la Filosofia, raffigurata con sembiante femminile? Può ammettersi che abbiano da chiamarsi collo stesso nome, l'affettuosa reminiscenza di una donna viva e reale, e il diletto e la perseveranza nello studio? E se anco la scienza prende, per entro l'accesa mente del poeta, aspetto di persona (2), sarà mai da credersi che questa donna formata dalla fantasia, possa tanto attrarlo a sè, quanto potea farlo la immagine di Beatrice, suscitata dalla vigile rimembranza, e resa quasi viva e palpitante dall'affetto e dal dolore?

Credasi pure che Dante, privo di veri affetti e dato tutto quanto allo studio, via via che in questo venivasi addentrando, provasse quella pura soddisfazione, quella pace serena, quella pienezza di gaudio che prova l'intelletto nell'acquisto del vero (3), e che, in certo modo, gli rammentava il secondo momento del suo amore per Beatrice. E dappoichè ogni concetto della sua intelligenza veniva in lui naturalmente avvivato dal sentimento, egli potè chiamare *amore* questa cosifatta possente attrattiva della Sapienza sull'animo suo, e questo culto da lui prestato al Vero. *Quello di prima*, ei scrive, *fu Amore così come questo di poi* (4). Ma quindi, quasi correggendosi: *per Amore in questa allegoria sempre s'intende lo studio* (5). Di quì si desume il senso di-

(1) Nel Commento in prosa quasi appena si mostra la identificazione della gentildonna colla Filosofia; dice soltanto che *lo secondo amore* PRESE COMINCIAMENTO *dalla misericordiosa sembianza d'una donna* (*Conv.* III. 1.).

(2) « La quale veramente è donna piena di dolcezze, ornata di onestade, mirabile di savere, gloriosa di libertade ». *Conv.* II. 16.

(3) Vedi nel *Conv.* III. 15: *come la sapienza possa fare l'uomo beato*.

(4) *Conv.* II. 9.

(5) *Conv.* II. 16. E nel Sonetto: *Parole mie* ec. dice che presso la nuova sua donna *non v'è amore*.

screto e speciale da attribuirsi alla parola *Amore,* quando Dante parla della Filosofia. La natura stessa di questo forte affetto pel Vero, trae adunque Dante, quando ei vuol renderne conto a sè e ad altri, ad adoperare quei modi che si adoperano ad esprimere l'umano affetto verso la donna, volgendo e spesso stravolgendo, la parola da ciò ch' ella *suona* a ciò ch' ella *intende* ([1]). E perciò, non solo lo studio è denominato *amore,* e *donna* la Filosofia; ma, progredendo quasi di necessità in questo simbolismo formale ed esteriore, di parola più che di concetto, metaforico più che allegorico, *occhi del volto* di questa immaginaria figura sono le *dimostrazioni* splendide della luce del vero; e i *sospiri* e le *angoscie* dell'amatore sono *le dubitazioni* che combattono nel chiuso intelletto del filosofo; e così di seguito ([2]).

Ma quasi tanto non bastasse a far smarrire la vera significazione di queste forme che velano sotto specie reale, un essere ideale ed astratto; ecco nuove difficoltà accumulate da Dante per cancellare ogni traccia dell'episodio della gentildonna pietosa. Qual però fosse la ragione per la quale a Dante paresse cosa di tanto momento, il dar veste allegorica a cotesta passeggera dimenticanza dell'affetto costante — quando già egli dovea pur aver mormorato parole di amore a quella Gemma de' Donati che scelse a compagna del viver suo e fe' madre dei suoi figliuoli, e della quale non pertanto ei non lasciò menzione alcuna nei suoi scritti; — questo è mistero di cui sarebbe difficile indagare e dichiarare le ragioni. Ad ogni modo, dell' aver egli fatto corrispondere intimamente l'uno all'altro due fatti così diversi fra loro, adonestando l'affetto umano con quello intellettuale, resta questa spiegazione addotta da lui nel *Convito: Pensai che da molti diretro da me forse sarei stato ripreso di levezza d'animo, udendo me essere dal primo amore mutato: per che, a tôrre via questa riprensione, nullo migliore argomento era che dire qual era quella donna che m' avea mutato* ([3]): cioè, la Filosofia. Così ad evitare la

([1]) *Conv.* II. 13.
([2]) *Conv.* II. 16. III. 15.
([3]) *Conv.* III. 2.

taccia di *levezza d'animo,* confondendo insieme la gentildonna pietosa e la Filosofia, Dante dava a credere che, dopo la morte di Beatrice, niun altro affetto aveva occupato l'anima sua, salvo quello nobilissimo della Sapienza ([1]).

Queste cose che Dante forse meditava già innanzi al bando, quand' egli voleva tramutarsi di poeta lirico in reggitore della repubblica, parvegli opportuno l'affermare con novelle prove allorchè si trovò gettato sulle aspre vie dell'esilio. Allora riprese le due misteriose ed oscure Canzoni, vi pose i Commenti applicandovi oltre il senso allegorico, proprio ma difficile ([2]), anco un senso storico; ed allargando il suo concetto, immaginò di riunire insieme, illustrandole, quattordici Canzoni, dando all'ampio trattato il nome simbolico di *Convito*, come se in esso si distribuisse divino cibo di scienza. Or qual è la ragione ultima del *Convito?* Secondo Foscolo, il *Convito* mirava a piegar l'animo di coloro che lo tenevan fuori del bello ovile, mostrando come ormai, domo dalla sventura, egli si fosse dato tutto alle meditazioni della scienza e allontanato dalle brighe partigiane; sicchè i suoi concittadini dovessersi vergognare di esser spietati contro tale che alla sola filosofia attendeva indefesso. Ma la vera ragione del *Convito* stà scritta sul principio del 1.° libro, che è come una prefazione all'opera tutta quanta: *Movemi,* ei dice, *desiderio di dottrina dare, e movemi timore d'infamia* ([3]). Si comprende facilmente la prima ragione quì allegata: ma qual era *l'infamia* che Dante voleva cansare nei tempi dell'esilio?

([1]) « Dissi Amore ragionare nella mente, per dare ad intendere che questo amore era quello che in quella nobilissima natura nasce, cioè di verità e di virtù, e per ischiudere ogni falsa opinione da me, per la quale fosse sospicato lo mio amore essere per sensibile dilettazione ». *Conv.* III. 3.

([2]) Il senso allegorico delle Canzoni che pur era il VERO e primitivo, non veniva inteso a causa delle forme proprie del linguaggio amoroso che *mostrava la condizione* di Dante *sotto figura d'altre cose* (*Conv.* II. 13); sicchè *lor bellezza* (delle Canzoni) *più che lor bontà era in grado.* (*Conv.* I. 1.) Di quì la necessità di schiarirne i sensi *faticosi e forti:* « Conciossiachè la intenzione mia fosse altra che quella che di fuori mostrano le Canzoni predette » (*Id. Id.*) E I. 2: « La sentenza di quelle per alcuno vedere non si può s'io non la conto, perch' è nascosa sotto figura d'allegoria ».

([3]) *Conv.* I. 2.

Gettato fuori del seno dolcissimo della patria Firenze, *ito peregrino quasi mendicando* per tutte le parti d'Italia, egli aveva mostrato le *piaghe della fortuna* spietata, e *vile era apparso,* secondo sembravagli, *agli occhi di molti che forse per alcuna fama in altra forma lo avevano immaginato* (1). Ma quel che più lo aveva gravato di insopportabile peso, era stata la *compagnia malvagia e scempia* colla quale aveva dovuto trovarsi nella *trista valle* dell'esilio (2). La stessa sua condizione di esule il conduceva ad aver parte nei consigli politici e guerreschi dei fuorusciti. Misto ad ambiziosi e faccendieri, di cui ogni setta abbonda e che più mirano all'utile e alla cupidigia propria che al bene comune, Dante ben sentiva quanto egli era da più di cotesto volgo riottoso ed ebro. Ma per poter proccacciarsi autorità sulla sua parte, e smascherare le violenze le avventataggini le borie dei compagni d'esilio, per dimostrarsi, qual era, nudrito il petto del cibo della scienza, quali prove avrebbe egli potuto addurre nella sua vita anteriore? La *Divina Commedia* non era ancora compiuta, e solo eran divulgate le Liriche d'amore e la *Vita Nuova*. A lui, consigliere di guerra e di politica, suasore di partiti temperati e savj, Lapo Salterelli e' suoi pari avrebber potuto dimandare con amaro sogghigno, se egli avesse appreso a fare il capo di parte tremando alla presenza di una fanciulla: se fosse divenuto esperto nell'arte di stato studiando nelle rime di Guido Guinicelli, anzichè in Aristotile o in San Tommaso: se di destrezza avesse dato saggio in un infelice priorato ed in una ambascerìa che era riuscita un tranello nel quale incautamente avea posto il piede. Avveduto politico, uomo saldo e costante di animo, degno di esser consigliere e capo agli esuli, lui che null'altro avea fatto che rime di Amore, nelle quali prima avea vaneggiato per una fanciulla chiamandola *miracolo,* poi per un altra donna, per finir colle lodi di una terza che mal si poteva intendere chi fosse!

(1) *Conv.* I. 3.
(2) *Parad.* XVII. E: « ingrata, matta ed empia : . . Di sua bestialitate ec ».

Occorreva che Dante, per non apparir contennendo agli occhi di quanti per la prima volta lo vedevano, si togliesse di dosso la taccia almeno di levità d'animo. *Temo,* ei scrive, *la infamia di tanta passione aver seguita quanta concepe, chi legge le sopranominate Canzoni in me avere signoreggiata: la quale infamia si cessa per lo presente di me parlare, interamente, lo quale mostra che non passione ma virtù sia stata la movente cagione* (1).

Dell'affetto per Beatrice non volea scusarsi, chè il cuore glie lo vietava: e di quì la dichiarazione di non voler *derogare* alla *Vita Nuova,* sinchè non giungesse il momento in cui, maturato alfine in mente l'alto concetto, potesse chiarire chi e quale per lui fosse la donna rimpianta. E poi, di che avrebbe egli intanto dovuto giustificarsi, se l'affetto suo già era descritto così scevro d'ogni pensiero men che nobile e puro? Doveva bensì, o parevagli, dover spiegare manifestamente chi fosse stata la gentildonna pietosa, chi l'altra alla quale eran rivolte le rime *faticose e forti:* e, destramente, di due fece una. Per tal modo ei raggiungeva due fini: sopprimeva un episodio che gli era doloroso, e mostrava quant' alto fosse stato l'oggetto del suo amore (2). Certo la immaginazione accresceva in lui quel timore di *viltà* e di *infamia* in che parevagli esser caduto; ma la sua dichiarazione di un solo amore di così eccelsa natura, gli dava vendetta allegra contro i suoi malevoli, e lo rendeva degno di osservanza presso coloro fra cui menava errabonda la vita (3). E meditò quindi il *Convito,* dettandone intanto la Prefazione nella quale si difende sempre e per mille modi contro i suoi

(1) *Conv.* I. 2.

(2) « Nuovo pensiero virtuosissimo siccome virtù celestiale» *Conv.* II. 2 — E chi volesse altrimenti interpetrare quì la parola *virtù,* confr. III. 3: «Per la sua eccellenzia manifesta aver si può considerazione della sua virtù, e per lo intendimento della sua grandissima virtù si può pensare ogni stabilità di animo essere a questa mutabile ». Ma per far meglio vedere quanto la identificazione sia artificiosa e pensata, e i due fatti distinti fra loro, nota che nella *V. N.* §. 39. la consolazione della gentildonna è detta «pensiero vilissimo ». Il DIONISI, *Aned.* 2.° p. 45 aveva già notato che: *in sostanza l'una donna non avea a che fare coll'altra.* Con questo egli era sulla buona via interpetrativa, ma par che si disdica nella *Preparazione* 2. 55.

(3) « Nel cospetto dei quali non solamente mia persona invillìo, ma di minor pregio si fece ogni opera sì già fatta, come quella che fosse a fare ». *Conv.* I. 3.

nemici, che lo dicevano anche indòtto perchè adoperava il volgare anzichè il latino; sicchè pur dello scrivere italiano è costretto a dire, e a fieramente sostenere, le ragioni. E poi dispose e pensò la materia dell'opera in modo che tutta quanta fosse a lui di apologìa contro le varie accuse: e usando un più *alto stile,* e dando ad esso *un poco di gravezza* e di difficoltà (1), volle che agli occhi del mondo il quale mal lo conosceva, ed egli stesso e le cose sue insieme di maggior pregio apparissero.

Così nacque il *Convito*, libro pieno anzi riboccante, per vincere la invidia degli emuli e i sarcasmi dei malevoli, di dottrina filosofica astronomica fisica e politica, e cosparso tutto delle massime e sentenze di quei maestri, coi quali già Dante aveva maggior famigliarità e consuetudine ch' altri non credesse (2). Ma quantunque ricco di molte bellezze, il *Convito* è scrittura di occasione e sforzo di ingegno: e non è forse da lamentare che rimanesse imperfetto, specialmente quando vediamo che, dopo il 2.° libro, ei non intendeva più oltre parlare di *quella viva Beatrice beata* (3), la quale era, essa soltanto, la Musa ispiratrice della sua mente. E interrotta provvidamente questa opera nella quale il suo pensiero si sviava, Dante riprese con alacrità maggiore la *Divina Commedia* che doveva essere il gran monumento poetico da innalzarsi alla memoria della carissima defunta.

Uscendo così dagli irti scogli del *Convito,* noi possiamo dire coll' autore che la *nostra navicella alza le vele per correr miglior acqua,* dappoichè torna a brillare sul vedovo orizzonte quella lucente stella la quale, come guiderà d'ora innanzi i passi di Dante e gli

(1) « Onde conciossiacosachè, còme detto è di sopra, io mi sia quasi a tutti gli Italici appresentato, perchè fatto mi sono forse più vile che 'l vero non vuole, non solamente a quelli alli quali mia fama era già corsa, ma eziandio agli altri, onde le mie cose sanza dubbio meco sono alleviate, convienmi che con più alto stilo dia nella presente opera un poco di gravezza, per la quale paja di maggiore autorità: e questa scusa basti alla fortezza del mio Comento ». *Conv.* I. 4.

(2) Onde paragonando il *Conv.* colla *V. N.* chiama questa opera *fervida e passionata*, e quella *temperata e virile. Conv.* I. 1.

(3) *Conv.* II. 9.

pioverà nella mente *fiammelle* (¹) di poesia e di amore, così sarà di guida anche a noi per giungere al porto desiderato.

V.

Nel *Convito*, per quel che abbiam detto, Beatrice e la Filosofia sono i due supremi affetti del cuore di Dante, i due supremi concetti che, distinti l'uno dall'altro, reggono e governano la mente del poeta il quale ancora non ha trovato il modo di volgere a gloria della amata, l'accolto tesoro di dottrina. Ma in quest'opera, Beatrice sembra posta da banda, e di lei si discorre solo per incidenza, riserbando sempre ad altro tempo il dirne in modo più diffuso e più degno. Se non che Beatrice era lontana da Dante men ch' ei non credesse: e la Filosofia — consolazione cercata dopo la perdita di Beatrice — pur sempre da lei gli derivava; come Virgilio — simbolo storico ed umano della Sapienza — è maestro e duce nella *Commedia* durante l'assenza di Beatrice, ma da lei mandato a soccorso. *I' son Beatrice che ti faccio andare*, parla la celeste donna scesa nel Limbo ad implorare Virgilio. Così Beatrice, per tutto questo lungo tratto del poema, è ispirazione e memoria non prossima, ma remota; è speranza (²) insieme e promessa (³): tutto proviene da lei, ma ella ancora non giunge. Dante per tutto questo tempo, è sotto la guida altrui — sotto la guida della Filosofia, impersonata in una donna, nel *Convito*, sotto quella di Virgilio nella *Commedia*. Beatrice non riappare ancora alla fantasia del poeta in quella forma nella quale ei

(¹) Canz: *Amor che nella mente* ec. 4.ª str.

(²) « Quando sarai dinanzi al dolce raggio Di quella il cui bell'occhio tutto vede ». *Inf.* x. 131 — « E serbolo a chiosar un altro testo A donna che 'l saprà, se a lei arrivo ». xv. 90 — Tanto dice di farmi sua compagna Ch' io sarò là dove sia Beatrice ». *Purg.* xxiii 128.

(³) « Se quella nol ti dice Che lume fia tra 'l vero e l'intelletto; Non sò se intendi: io dico di Beatrice: Tu la vedrai di sopra in su la vetta Di questo monte » *Purg.* vi. 44 — « Vedrai Beatrice, ed ella pienamente Ti torrà questa e ciascuna altra brama » xv. 77. — « Quanto ragion quì vede Dir ti poss' io; da indi in là t'aspetta Pure a Beatrice ch' è opra di fede » xviii. 46 « Tra Beatrice e te è questo muro . . . Gli occhi suoi veder già parmi . . . Mentre che vegnon lieti gli occhi belli » xxvii. 36, 54, 136.

la scorse fugacemente nell'ultima visione della *Vita Nuova* — nella sua *seconda* [1] ed intera bellezza. Essa non accompagna ancora i passi di Dante, benchè li dirigà anche quando meno ei sel pensa e in altri si affida: non viene, ma manda.

Se non che nel XXX canto del Purgatorio, dopo che Dante ha visto e notato tutto ciò che mente d'uomo colla scorta della umana sapienza, può conoscere sulla natura finita, Virgilio di repente lo abbandona, e Beatrice ricomparisce. Quì termina il lungo lavoro intellettuale di Dante affine di dir *degnamente* della sua donna: Beatrice ritorna a Dante, e Dante ritorna tutto a Beatrice. Cessa quì ogni dubbio, ogni incertezza, ogni errore: la dualità si ricompone ad unità indissolubile: Beatrice assume la parte di Virgilio accompagnando essa sola il poeta, e illuminandone l'intelletto: le due immagini che governavano la vita di lui, si confondono in una immagine sola che gli rammenta, coi noti segni del volto e della persona, i primi dolci affetti della puerizia, e insieme gli infonde virtù di innalzarsi alla contemplazione delle cose divine ed infinite. Egli non segue più due impulsi diversi che a sè lo attraggono con alterna vicenda: la memoria non è più in lotta coll'intelligenza, nè l'affetto in contrasto col pensiero: le rimembranze dell'età giovanile si immedesimano coi diletti dell'età matura, e nella *pargoletta* che lo fe' sospirare e piangere d'amore ei riconosce ed ama anche la Filosofia che, più tardi, lo fe' lieto nel possesso del vero. Anzi Beatrice è qualchecosa di più eccelso ancora che l'umana sapienza non sia, perchè essa sola compie quell'itinerario della mente verso il termine ultimo della contemplazione, a cui Virgilio non sà nè può condurre Dante. Così Beatrice è l'identificazione e, come a dire, l'ipostasi di un tipo sensibile che ha stanza nella memoria ed è avvivato dall'affetto, con un tipo intelligibile di morale bellezza e di perfezione infinita: Beatrice è simbolo che, sotto umana parvenza riconoscibile dal cuore innamorato, adombra un alta e divina virtù che solo l'intelletto contemplativo può tutta comprendere.

[1] *Purg.* XXXI. 138.

VI.

Nell'anima e nella fantasia di Dante si compie per tal modo quella forma ideale della donna amata ch'ei, *quasi sognando* (1), aveva già intraveduta prima del voto solenne. Ora il voto è sciolto; e ciò che l'affetto aveva giurato nel momento del dolore, viene dopo lunga fatica intellettuale, operato dall'affetto e dall'arte. La *Commedia* dal XXX canto del Purgatorio in poi è l'Apoteosi di Beatrice.

Che Beatrice sia da questo momento un personaggio storico insieme ed ideale, un immagine che in sè comprende in intimo accordo — unite e compenetrate, non sovrapposte l'una all'altra — due nature, l'umana e la divina, chiaro si manifesta da tutto ciò ch'ella opera o dice. A darne prova basti rammemorare la apparizione di lei sulla vetta di quel monte ove soffrono e sperano le anime dei purganti. Beatrice è la donna amata e pianta, allorquando rivolge a Dante acerbi rimproveri, allorquando gli rammenta l'amore degli anni suoi giovanili; ma perchè è insieme simbolo di un alta idea, procede trionfante sul mistico carro, attorniata da santi e da dottori, inneggiata e invitata come la sposa del Libano.

Dell'esser quì Beatrice rappresentata come donna simbolica nessuno ha dubitato mai, se anco possa esservi divergenza fra gli interpreti nell'assegnare al simbolo il vero significato. Ma poichè dell'esser Beatrice una donna viva e vera fu mosso dubbio da molti che diedero esclusivo valore al concetto allegorico — e questo è quanto ho principalmente in mira di confutare — ricordinsi i versi che quì Dante a lei consacra, e veggasi se ad altra persona mai che a donna viva e vera possano appropriarsi gli atti e le parole che vi si contengono, e se altrimenti intesi avrebbero senso.

. . . .
Sovra candido vel cinta d'oliva
  Donna m'apparve sotto verde manto,
  Vestita di color di fiamma viva.

(1) *Conv.* II. 13.

E lo spirito mio, che già cotanto
Tempo era stato che alla sua presenza
Non era di stupor tremando affranto,
Senza dagli occhi aver più conoscenza,
Per occulta virtù che da lei mosse,
D'antico amor sentì la gran potenza.
Tosto che nella vista mi percosse
L'alta virtù, che già m'avea trafitto
Prima ch'io fuor di puerizia fosse,
Volsimi alla sinistra, col rispitto
Col quale il fantolin corre alla mamma,
Quando ha paura o quando egli è afflitto,
Per dicere a Virgilio: Men che dramma
Di sangue m'è rimasa, che non tremi:
Conosco i segni dell'antica fiamma.
Ma Virgilio n'avea lasciati scemi
Di sè, Virgilio dolcissimo padre,
Virgilio, a cui per mia salute dièmi.

. . . .

Dante, perchè Virgilio se ne vada,
Non piangere anco, non piangere ancora;
Chè pianger ti convien per altra spada.

. . . .

Regalmente nell'atto ancor proterva
Continuò, come colui che dice
E 'l più caldo parlar dietro riserva:
Guardami ben; ben son, ben son Beatrice.
Come degnasti d'accedere al monte?
Non sapei tu che qui è l'uom felice?
Gli occhi mi cadder giù nel chiaro fonte;
Ma veggendomi in esso, io traesi all'erba;
Tanta vergogna mi gravò la fronte.

. . . .

Ella, pur ferma in su la destra coscia
Del carro stando, alle sustanze pie
Volse le sue parole così poscia:

. . . .

Questi fu tal nella sua vita nuova
Virtualmente, ch'ogni abito destro
Fatto averebbe in lui mirabil pruova.

Ma tanto più maligno e più silvestro
  Si fa 'l terren col mal seme e non colto,
  Quant' egli ha più di buon vigor terrestro.
Alcun tempo 'l sostenni col mio volto:
  Mostrando gli occhi giovinetti a lui,
  Meco 'l menava in dritta parte vôlto.
Sì tosto come in su la soglia fui
  Di mia seconda etade, e mutai vita,
  Questi si tolse a me, e diessi altrui.
Quando di carne a spirto era salita,
  E bellezza e virtù cresciuta m' era,
  Fu' io a lui men cara e men gradita;
E volse i passi suoi per via non vera,
  Immagini di ben seguendo false
  Che nulla promission rendono intera;
Nè l' impetrare spirazion mi valse,
  Con le quali ed in sogno ed altrimenti
  Lo rivocai; sì poco a lui ne calse.
Tanto giù cadde, che tutti argomenti
  Alla salute sua eran già corti,
  Fuor che mostrargli le perdute genti.
Per questo visitai l' uscio de' morti,
  Ed a colui che l' ha quassù condotto,
  Li prieghi miei piangendo furon pôrti.
L' alto fato di Dio sarebbe rotto,
  Se Lete si passasse, e tal vivanda
  Fosse gustata, senza alcuno scotto
Di pentimento che lagrime spanda.

. . . .

Onde ell' a me: Perentro i miei disiri,
  Che ti menavano ad amar lo bene,
  Di là dal qual non è a che s' aspiri,
Quai fosse attraversate o quai catene
  Trovasti, perchè del passare innanzi
  Dovessiti così spogliar la spene?
E quali agevolezze o quali avanzi
  Nella fronte degli altri si mostraro,
  Perchè dovessi lor passeggiare anzi?
Dopo la tratta d' un sospiro amaro,
  A pena ebbi la voce che rispose,
  E le labbra a fatica la formaro.

Piangendo dissi: Le prèsenti cose
  Col falso lor piacer volser miei passi,
  Tosto che 'l vostro viso si nascose.
Ed ella: Se tacessi o se negassi
  Ciò che confessi, non fôra men nota
  La colpa tua; da tal Giudice sàssi.
Ma quando scoppia dalla propria gota
  L'accusa del peccato, in nostra corte
  Rivolge sè contra 'l taglio la ruota.
Tuttavia, perchè me' vergogna porte
  Del tuo errore, e perchè altra volta,
  Udendo le Sirene, siè più forte,
Pon giù 'l seme del piangere, ed ascolta:
  Sì udirai come in contraria parte
  Muover doveati mia carne sepolta.
Mai non t'appresentò natura od arte
  Piacer, quanto le belle membra in ch'io
  Rinchiusa fui, che sono in terra sparte.
E se 'l sommo piacer sì ti fallio
  Per la mia morte, qual cosa mortale
  Dovea poi trarre te nel suo disio?
Ben ti dovevi, per lo primo strale
  Delle cose fallaci, levar suso
  Diretro a me, che non era più tale.
Non ti dovea gravar le penne in giuso
  Ad aspettar più colpi, o pargoletta,
  O altra vanità con sì breve uso.
Nuovo augelletto due o tre aspetta;
  Ma dinanzi dagli occhi de' pennuti
  Rete si spiega indarno, o si saetta.

Resterebbe ora ad investigare qual sia l' *ascosa verità* (1), il concetto spirituale adombrato nella corporea immagine di Beatrice. È noto quanto in questo proposito sieno discordanti le opinioni degli interpreti: nè la ragione speciale del mio discorso, mi concede di trattenermi ad esporre ed esaminare tritamente le varie sentenze. Per taluni Beatrice è la Teologia, per altri la Filosofia rivelata, la somma Sapienza, la Contemplazione, la Cognizione di Dio, o anco,

(1) *Conv.* II. 1.

l'idea politica ghibellina o la cattolica Chiesa; e via di seguito. Ma, a parer mio, troppo poco è l'attribuire a Beatrice la rappresentazione simbolica di uno di cotesti, pur sì alti concetti. Beatrice è simbolo non di *una idea*, vuoi filosofica, vuoi teologica, vuoi mistica, vuoi storica; essa è figura e simbolo *dell'Idea*. Come tale, essa adempie diversi officj quanti sono gli aspetti e le forme che in sè racchiude e manifesta quell'universale: profetizza il rinnovamento del mondo, e il trionfo della giustizia nel governo delle cose umane: redarguisce la vana dottrina dei teologastri: disserta dell'ordine dell'universo, della distribuzione dei cieli, della gerarchia angelica: corregge e sana errori di intelletto in fatto di astronomia, di fisica, di storia: raddrizza traviamenti morali: scioglie dubbj di fede: narra ed illustra gli avvenimenti passati e i presenti: tutto infatti è a lei soggetto, tutto a lei appartiene ciò che riguarda la scienza e la fede, la filosofia e la teologia, la vita civile e la contemplativa, la speranza e il premio, la terra e il cielo, l'uomo e Dio.

VII.

Tale essendo dal XXX Canto del Purgatorio in poi la Beatrice di Dante, abbiamo quì la progresssione giunta al suo ultimo termine. E quì si scorge come la *Vita Nuova*, il *Convito* e la *Commedia* sieno quasi anelli di una stessa catena, de' quali ciascuno promette il successivo e presuppone l'antecedente. La Beatrice della *Vita Nuova* è raffigurata in modo da poter poi diventar la Beatrice della *Divina Commedia;* e gli occhi suoi han virtù nuova di attrarre il poeta di cielo in cielo, sol perchè furon capaci quì in terra di farlo tremare di vero ed innocente amore. Ma alla *Vita Nuova* sussegue un periodo di tempo di che si trovan le tracce nel *Convito*, in cui le due immagini di perfezione che insieme dovran formare la *seconda bellezza* di Beatrice, sono ancora distinte fra loro; nè si uniscono indissolubilmente altro che nell'ultima parte del poema. Così una sola è la Beatrice di Dante; dacchè ciò che per lui dovesse essere questa donna, ei lo aveva confusamente

presentito quando la *sua persona parvola sostenne passïon nuova* (¹); ciò ch' essa fu nell'età matura, si indovina nel *Convito* e si vede chiaro nella *Commedia*. Come creatura vivente, Beatrice lasciando la terra, *sale da carne a spirito;* ma, come pensiero ed affetto del poeta, Beatrice morta, di donna ch'ella era, diventa simbolo, senza perder tuttavia il volto e le movenze che le furon proprie nella vita terrena. L'affetto purificandosi si innalza, innalzandosi si purifica. Così un grano di incenso che arda su questa nostra bassa dimora, via via che si erge in candide od azzurrine volute, perde la primitiva forma materiale, e fatto più sottile e più lieve si diffonde per l'aere cercando il cielo, convertito in grata fragranza ed in soave profumo.

Lo svolgimento progressivo della idea di Beatrice nella mente di Dante, è adunque la storia del suo pensiero dagli anni giovanili all'età più tarda. Poesia ed arte, affetto e scienza, ispirazione e meditazione, hanno per Dante un solo ed identico nome, come uno stesso fine — Beatrice.

Nuovo esempio e miracolo inaudito della possanza d'amore in cuore alto e gentile! E avventurato Dante che, in mezzo ai dolori onde i suoi giorni furono travagliati ebbe un conforto, una speranza che nessuno poteva togliergli o menomargli: conforto e speranza che formano il legame di unità, in tanti casi diversi e varj pensieri di sua vita, fra la giovanezza e gli anni caduchi! Avventurato Dante che, nelle reminiscenze dell'affetto ritrovò quella immagine di perfezione, dietro la quale correva, nell' età virile, l'intelletto sitibondo di verità ideale e di morale bellezza! Fortunato Dante, quando si pensi che niun malvagio istinto frammisto coi primi sospiri, e niuna macula nei costumi di Beatrice, gli impedirono di raffigurarla sì pura, e di innalzarla sì alto nei cieli! Fortunato Dante che vide e riconobbe animata e vivente in un bel volto di donna, quella virtù che sprona al bene ed innamora del vero! Ed ei vide veramente questa divina luce ardere negli occhi della sua donna, non per figura retorica come altri poeti,

(¹) Canz: *E' m' incresce di me* ec.

ma per la intensità di un affetto nelle cui fiamme affinava e purificava sè stesso. Quanto in ciò più felice di un gran poeta dell'età nostra — Giacomo Leopardi — sommamente misero perchè, sentendo entro di sè il possente anelito verso l'eterna Idea, pure, colla disperazione nell'anima e il dubbio nell'intelletto, scrisse di non aver mai ravvisato codesta Idea riflessa in un volto femminile, ed affermò che, se mai fosse quaggiù discesa, sarebbe, in sensibil forma, divenuta men bella!

VIII.

Signori! di Beatrice Portinari io non vi ho descritto la vita, quantunque della sua reale esistenza nel mondo intendessi parlarvi, non solo perchè dei fatti di una giovinetta morta a 24 anni poco naturalmente debbe sapersi; ma anche perchè la vera vita di Beatrice è quella sua seconda e misteriosa esistenza nell'anima e nella fantasia di Dante. Per affermare la sua storica realtà mi è parso che, quand'anco abbondassero le testimonianze contemporanee o vi fosse qualche cosa da spigolare tuttora nei Cronisti e negli Archivj, nulla pertanto sarebbe stato più acconcio che il raccoglier le prove dalle opere stesse di Colui che l'amò la pianse e la rese gloriosa, indicandovi in qual modo la forma sensibile e corporea si faccia, per graduale esplicazione, simbolica immagine ideale.

Se io sia pervenuto a recare in voi un convincimento pari al mio, io nol dimando tanto, o Signori, ai giudicj della mente, quanto ai sentimenti del cuore cui appartiene, in materia d'affetto, la suprema e più retta sentenza.



SAGGIO SUI SEGNI

DEL DOTTORE

CAV. PAOLO MARZOLO

PROFESSORE DI LINGUE E LETTERATURE COMPARATE

NELLA R. UNIVERSITÀ DI PISA

Il problema dei segni fu già nella curiosità di molti, che a questo vennero condotti teorizzando a priori, e poichè s' erano accorti che fra i tanti argomenti, che non avevano ancora avuto uno studio esplicito, v' era ancor questo. Già l' Istituto di Francia propose queste tesi

I. Se nelle scienze, dove la verità viene ricevuta senza contrasto, ciò si debba alla perfezione dei segni

II. Se le questioni interminabili nella scienza derivino dalla inesattezza dei segni

III. Se siavi mezzo di correggere i segni mal fatti e rendere tutte le scienze suscettibili di dimostrazione. Come si vede, l' Istituto di Francia si limitò all' indagine dell' efficacia dei segni nelle scienze.

Il Fusinieri, nella Memoria che scrisse in quella occasione, considerò i segni solo come rappresentanti della soggettività (e con quella li confuse) e come rimanenti in essa, non nello scambio tra individuo e individuo (¹). Il Fusinieri stesso

(¹) Ecco due asserzioni della sua Memoria dalle quali appare il punto di vista sotto cui considerava i segni. « Essendo suo carattere (dello spirito) l' atto di coscienza, tutto ciò che in quell' atto è compreso gli è perfettamente cognito, e tutto ciò che in quell' atto non è compreso gli è affatto straniero » (dove nega la conoscenza di tutto ciò ch' è fuori di noi) e l' altra asserzione « Questo suo carattere (dello spirito) ci conduce all' importante conclusione che lo spirito conosce sè medesimo nella maniera la più immediata e la più perfetta delle possibili » pag. 8 ec. Sulla influenza del segno nella formazione delle idee. Atti dell' Istituto Veneto.

in quella sua Memoria, avvezzo a maneggiare i segni artificiali (algebrici, matematici) partì appunto dalla sua abitudine ai segni di quella specie, cioè cominciò ad uno stadio posteriore al naturale nell'uso dei segni, non dal fatto del processo per cui un oggetto qualunque diventa segno o si istituisce.

Ma nel segno interessano altri problemi

I. In che consiste, cosa è,

II. Sua genesi,

III. Suo servigio, e quì

a) soggettivo in un identico individuo,

b) tra individuo e individuo.

Di questi temi si dovrebbe fare una dottrina estesissima, utile per sè stessa come ogni scienza, necessaria poi come di rapporto alle cognizioni tutte delle cose, e dovrebbe ridursi a teoria d'applicazione ed appunto per l'uso dell'intelletto.

La conoscenza del modo d'azione dei segni è quella del processo intermedio tra l'azione oggettiva sull'uomo e le operazioni successive della mente. Senza la conoscenza di quest'azione, resta interrotto il tratto di continuità dopo la sensazione avvenuta, dalla sua riproduzione: perciò ogni certezza scientifica dell'ideologìa è impossibile, ed impossibile la spiegazione dei suoi prodotti, cioè di tutto ciò che l'uomo ha pensato. Si può dire che la dinamica intellettuale sia messa in giuoco da due fattori: 1.° dall'azione dell'oggettività, cioè dalle impressioni originali subìte per opera degli oggetti esterni: 2.° dalla riproduzione di qualche parte soltanto di quella presenza oggettiva precedente. Ora i segni ridotti all'ultima investigazione non sono, se non appunto qualche parte soltanto dell'intera scena oggettiva che altre volte fu causa delle impressioni da noi subìte. Le contingenze di presentazione posteriore imperfetta della oggettività, per cui si sono subite date impressioni sono l'occasione indispensabile dell'esercizio intellettuale. Se uno rivedesse sempre o provasse per le cose tutti gli altri generi di sensazioni di rapporto ai varii atrii nell'identico modo perfettamente, il giuoco intellettuale si spegnerebbe tosto: non sarebbe possibile farsi nozioni analitiche, si crederebbe che tutto ciò che entra in una data scena oggettiva costantemente identica fosse solidario: se fosse possibile che un uomo non vedesse mai altro se non dallo stesso punto ottico un albero, crederebbe che le accidenze delle foglie e dei rami ec., quali si presentano in prospettiva fossero così nell'albero stesso, non altrimenti che negli alberi dipinti sui quadri. Nella conoscenza esatta, sicura dei segni, della loro azione, nella decomposizione di ciò che è loro proprio, da ciò che con quelli da noi si confonde, sta la guarentigia della mente.

Io era giunto all'adolescenza e non aveva ancora distinto tra i miei criterii realtà da segno: quando sui 17 anni sentii il bisogno di sfogarmi esprimendo sulla carta quello che provava in me; e allora ricorsi a quelle maniere dietro i

modelli e le regole che aveva imparato nelle scuole di umane lettere, fidente perciò che le mie composizioni erano state altre volte approvate dal maestro. Ma in quel bisogno, collo stile appreso non riusciva a segnar nulla che corrispondesse al mio sentimento. Allora fu che m' accorsi di aver imparato dei segni sonori, senza che fossi informato dell' entità cui si riferivano, e senza sospettare che occorresse appunto questa cognizione per poter servirsene davvero. In fatti per me fino allora p. es. *amore* e *cuore* erano due nomi sostantivi che andavano benissimo per finire con l' uno il verso penultimo e coll'altro l'ultimo d' una strofa, ed io credeva che, ovunque fossero combinati così in due versi giusti per sillabe e per accenti, era un pezzo di poesia, senza bisogno di sapere cosa fosse amore e cuore. Colla passione pertanto venni a sentire la differenza dal parlare al conoscere, e quindi già aveva distinto largamente una intera categoria immensa di segni da tutto ciò ch' è soggettivo. Ma poi, ad un' altro stadio più lungo della mia vita, l' esercizio d' attenzione prestata senza mai intermettere a tutto ciò ch' era d' interesse della parola mi fece accorto dell' importanza dei segni, e tenendo lor dietro, al loro modo d'azione e alla loro natura, queste nozioni adunando, venni al giorno in cui vidi che potevano coordinarsi in un certo seguito, pel quale si simplificherebbe e si definirebbe il modo di considerare un immenso numero di fatti di rapporto oggettivo e soggettivo.

La scienza analitica dei segni, cioè della loro entità, la conoscenza delle leggi di trasformazione di una immensa categoria di segni, cioè dei prodotti fonetici, e la conoscenza del modo in cui riuscirono segni, cioè acquistarono significati, fa relativamente per questi, quello che il telescopio e il microscopio fanno assolutamente per le qualità ottiche dei corpi impercettibili dall' apparato sensorio visivo naturale; poichè, come quegli strumenti, ci rende capaci di distinguere e di definire la costituzione delle parole, p. es. delle lingue a noi affatto straniere, che parevano sottrarsi alla nostra comprensione.

ENTITÀ DEL SEGNO, MODO DI AZIONE, EFFICACIA.

La ripetizione delle impressioni già subìte può essere completa, p. es. io rientro in una camera dove sono stato altre volte, e trovo i mobili nello stesso sito in cui erano.

Può essere incompleta in varii gradi, p. es. rientro in una camera dove prima aveva osservato stare un orologio: ed ora non v' è più. Al rientrare, ricordo che in quel posto era un orologio: la mia reminiscenza completa la scena dell' impressione precedente.

Ma un' altra volta vedo, fuori di quella camera, uno dei mobili che v' erano, p. es. un quadro; io allora, se questo aveva osservato nella volta antecedente, ricordo il sito dove era e i rapporti in cui trovavasi cogli altri mobili, e quindi la stanza completa.

Poi un' altra volta vedo una stampa che riproduce quel quadro. Allora ricordo il quadro: quindi aggiungo al disegno della stampa le reminiscenze delle tinte e delle proporzioni dell' originale, e già i rapporti di posto nella stanza, quindi la stanza. La sensazione attuale ha una quota minima nella scena ch' io completo mnemonicamente.

Finalmente veggo p. es. un pezzo solo di quel quadro, o della sua cornice ch' io aveva ben notato; se questo è capace di farmi ricordare il quadro intero, il suo posto, e i rapporti che aveva colla stanza, l' impressione attuale è ancora in un rapporto minimo in confronto di tutte le reminiscenze che valse a suscitarmi.

Per questo tramite le parti costituenti una data scena, riproducendosi alla nostra sensibilità, vengono a riuscire segni: i quali quindi possono riuscire più o meno efficaci in ragione della corrispondenza più o meno esatta alla scena objettiva od alle impressioni che si provarono antecedentemente, ed in ragione dell' attenzione prestata anteriormente alla scena omologa, e della forza mnemonica dell' individuo dinanzi cui si riproducono. Quando l' impressione attuale è una frazione assai piccola della impressione che ho subìto altre volte, l' oggetto che la produce si considera come segno, e non si pensa alla entità sua per cui riesce segno, cioè di essere una parte della oggettività che agisce come quella che ha prodotto la sensazione anteriore completa. Ma in fatto non v' ha linea di demarcazione da questa impressione attuale alla riproduzione anche intera della sensazione precedente: non si può definire le proporzioni tra la parte oggettiva riprodotta ai nostri sensi e la scena anteriore per le quali questa parte oggettiva cominci, da riproduzione di scena oggettiva già altre volte subìta, a considerarsi come *segno*. Dalla vista di un bue vivente intero, alla vista p. es. della parte sua anteriore, (se il punto di prospettiva non mi permette di vedere il resto) alla vista della sua testa soltanto, meno ancora, delle sue corna, poi al vedere queste corna staccate o dipinte, non v' ha diversità di processo nel rapporto tra la scena attuale e la sua efficacia a far sì ch' io aggiunga a quella le mie reminiscenze relative. Ma sì l' uomo, riguardando il grado d' azione nella propria coscienza, non dice già segno del bue, quando rivede solo la metà anteriore di quello, nè quando vede soltanto le corna; ma dice segno quando vede queste corna staccate dal bue o dipinte.

Processo per cui una cosa riesce segno.

Segno per sè assolutamente non esiste; ma sì ogni cosa può diventar segno per certi rapporti di contingenza con gl' individui: l' essere segno non è una condizione della cosa, ma sì un' azione di questa sopra dato soggetto senziente, o, per meglio dire, si tratta d' una condizione soggettiva di un essere senziente all' occasione di percepire una parte della oggettività. Qualunque oggetto o feno-

meno esperito, percepito una seconda volta può diventar segno di tutto ciò che si è esperito o percepito in concomitanza od in coincidenza con quello nelle volte precedenti. P. es. la boccia che si mette fuori per insegna nelle osterie è pure uno dei fatti sensorii che entrano in ciò che si fa all' osteria: vi si mette il vino, in quella si porta, da quella si versa. Il processo per cui diventa segno è quello dell' associazione, perchè cioè, quando esperisco la seconda volta quella cosa o fenomeno, mi suscita la ricordanza delle circostanze notate quando l' ho percepito la prima: cioè, datà un' impressione uguale ad una già subìta, il centro sensibile, toccato per uno dei suoi atrii in un modo quale fu altre volte, si atteggia completamente, come se fossero state toccate anche tutte le altre parti sensibili, come allora che altre volte ricevette quella impressione. Qualunque possa essere il rapporto del segno colla cosa significata, non è questo essenziale perchè agisca come segno: invece il vero rapporto necessario è quello colla soggettività, colla preparazione mnemonica dell' individuo cui si presenta. P. es. il rapporto delle arti imitative colle cose che vogliono imitare è nullo: che ha a fare un ritratto fatto sulla tavola o sulla tela con chiari e scuri o con materie coloranti colla persona vivente in cui sono vasi, nervi, e funzioni continue di scambio coll' esterno? Eppure a noi serve di segno per farci venir in mente appunto quella persona. Al contrario dal vedere le ceneri di quella persona, non si potrebbe immaginare quale fosse.

In una scena oggettiva, in un processo nel tempo, può servire di segno qualunque suo momento, p. es. la parola è il prodotto dei gesti degli organi articolatori, è un effetto sonoro superstite a quelli. Ebbene agli uomini che hanno tutti i loro sensi è quest' *effetto* sonoro che serve di segno: ai sordo-muti invece servono di segno gli aspetti del viso per necessità contemporanei ai gesti articolatori, che sono la *causa* di questi fenomeni sonori.

Quando esista un centro senziente in continuità ai sensi, è impossibile che le cose non agiscano sopra di questo in modo da riuscir segni: basta che un fenomeno qualunque si presenti a questo centro una volta posteriore ad un' altra data circostanza qualunque, che quel fenomeno viene ad agire su quello come segno. Quando io, avendo dimenticato il filo del mio discorso, od una qualunque mia intenzione, ripassando sul luogo dove era allora che aveva quell' intenzione, al vedere un dato oggetto, ripiglio il filo od il concetto che aveva: quel dato oggetto ha agito sopra di me come segno; nè certo alcuno lo aveva collocato là perchè avesse a servirmi in un dato istante della mia vita in quel modo. Qualche volta ci avviene di accorgerci della causa oggettiva che ci fa riprodurre le nostre reminiscenze p. es. quando si tratta di un' impressione avvenuta per gli occhi. Ma e il senso degli occhi non è se non uno degli atrii pei quali ci arrivano le impressioni; ve ne sono altri esterni specifici, e poi altri generali, quello del dolore, il senso comune, cioè diffuso in tutto il nostro corpo (coenaesthesis) e i

sensi interni specifici, quello della fame, della sete, e quelli patologici, la nausea, l'asma ec. Ora, quando l'uomo veglia, tutti i suoi atrii sensorii sono pervii e or l'una parte or l'altra delle superficii e degli spazii intimi interstiziali è sempre tocca in uno od in altro modo: ognuno di questi tocchi, una volta che sia ripetuto, agisce come quello che si può avvertire così da definirlo, come quello arrivato pel senso degli occhi, che fu capace di farci risovvenire di ciò che volevamo dire o pensavamo quando lo avevamo veduto precedentemente. È dunque palese che gli atti mnemonici sono determinati dai contatti che arrivano alla superficie dove sono le estremità sensorie. Se io per avventura non fossi passato per quel luogo dove l'aspetto di qualche cosa mi ha fatto risovvenire la mia intenzione, quella mia intenzione, ch'era certo uno stato intellettuale, non si sarebbe suscitata. Si applichi questo fatto dal punto della retina che fu toccato in quel modo, a tutta la superficie espansa alle impressioni di tanti generi sensorii, e si dovrà avere scoperta la condizione del *pensiero,* sine qua non, cioè essere necessaria una sensazione attuale. Che se si vada analizzando la serie che va a costituire quella sindrome intellettuale che era la nostra intenzione, la si vedrà sciogliersi in tante reminiscenze che si possono riferire ad altrettante impressioni originali venute da varii atrii sensorii. Sicchè infine la mente è come l'organo o clavicembalo ripetitore di Giuseppe Marzolo, che per agire (dar suono) aspetta che vengano toccate le facce superiori dei tasti, e che, quando sia riposto nel punto stesso in cui fu toccato, torna a svolgere da sè le serie armoniche che precedentemente furono determinate dai tocchi esteriori. E così lo svolgimento mnemonico comincia dall'essere una parte della superficie sensibile ricondotta alla stessa condizione in cui era sotto la serie affettiva ed ideologica già altra volta contemperanea, o immediatamente continua: quando io, vedendo un gruppo fatto da me nel fazzoletto, o sentendolo tra le dita, mi sovvengo di una data cosa, i miei occhi o le mie dita subiscono una modificazione uguale o simile a quella d'allora ch'io quel gruppo stava facendo. Ma il segno determina delle associazioni mnenomiche di una continuità di data misura che si svolge in dati tempi, oltre i qnali la catena si tronca; e ciò secondo la capacità individuale e secondo la vivacità delle impressioni originarie e quella del ritocco operato dal segno. Perciò per suscitare delle serie mnemoniche continuate in lunghi ordini, vi vogliono dei tocchi sensorii oggettivi succedentisi parallelamente al modo in cui furono subìti nelle volte precedenti, delle quali interessa di suscitare le impressioni che furono contemporanee. Per apprendere le orazioni insegnate dagli Spagnuoli, i Peruviani avevano trovato di legare in serie tanti sassolini quanti erano i membretti delle orazioni stesse p. es. pel *credo* tal sassolino nella successione in cui trovavasi corrispondeva a « qui conceptus est de Spiritu sancto » tal altro, giusta il suo posto parallelo, a « passus sub Pontio Pilato ec. [1] » così dicasi delle altre orazioni, e a

[1] De Brosses *Méch. Langues* I, 307.

queste serie di sassolini davano la figura di ruota. La forma della pietra e il posto (fatti ottici e tattili) traevano in associazione mnemonica le parole che avevano sentito pronunciare e avevano pronunciato (fatti acustici, e di moto dal centro alla circonferenza, reagenti poi sull'atrio acustico dell'individuo identico da cui si eseguivano). E similmente gli oratori. tra i selvaggi dell'America settentrionale nelle loro concioni, ad ogni periodo del discorso gittano un oggetto p. es. una scure, una collana, una clava ec., perchè poi questi oggetti raccolti fanno ricordare i concetti e l'ordine del discorso (1). Nell'intelletto contemporaneamente non può essere se non un dato atteggiamento, ch' è una manifestazione della capacità di reagire, quando viene toccato in date e date maniere, come il clavicembalo, in cui certo non sono le suonate che in quello vengono eseguite. E come è necessario pel clavicembalo il tocco e l' ambiente aereo, così è necessaria per l' intelletto l'oggettività e la comunicazione dei suoi tocchi pel sistema nervoso centripeto. Egli è per non aver fatto attenzione ai suscitatori mnemonici contingenti che si sconobbe, che l'entità intellettuale sta in una successione nel tempo e non in una dimensione negli organi, come se tutta fosse contemporaneamente nella capacità cerebrale (maniera di figurarsi il pensiero di Aristotile, di Muratori (2) ec.) per la quale sconsideratezza Cabanis stesso fu sedotto a dettare imprudentemente che « il pensiero viene secreto dal cervello, come il succo gastrico dal ventricolo ».

Lo stesso oggetto pertanto o fenomeno può riuscire segno ad un individuo, e ad un altro no. Perciò si spiega come i fanciulli imparino più presto a scrivere che a leggere; perchè, per iscrivere, copiano dall' esemplare di calligrafia, nè occorre altro se non che riproducano la sensazione attuale, mentre, per leggere, bisogna che alla vista dei caratteri associino di mano in mano le reminiscenze dei fatti acustici e quindi degli atti articolatori relativi. Nell' esercizio di copiare dal modello calligrafico, non si tratta che di imitazione, atto che può essere primitivo (come p. es. nell' onomatopeia): nel leggere, si tratta di svolgimenti mnemonici i quali hanno il loro rapporto nel passato. Le lettere da leggersi agiscono come segni d' altri fatti nei quali è l' entità cui si mira: i caratteri dell' esemplarc da copiarsi hanno tutta l' entità in loro.

Contingenze di rapporto tra il segno e l' entità sua.

Nel rapporto tra l' entità d' una cosa e il suo servigio come segno, può darsi che non c' interessi se non questo, e che la cognizione della sua natura avvenga ad altra epoca posteriore. P. es. in algebra trovansi le lettere alfabetiche

(1) Raynal *Hist. Établ Indes* T. IV. L. 7. p. 37.

(2) Della Forza della Fantasia umana.

come rappresentanti occasionali di date condizioni di quantità e di estensione, dove quindi non si ha alcun riguardo alla loro natura fonetica: credo che pochissimi fra i matematici che dicono sempre $a + b$ ec. saprebbero dirci come si produce il suono a, b ec. Tante volte nei rapporti di calcolo con quelle lettere cade il segno di eguaglianza (=) che si riferisce non a ciò che sono esse, ma a ciò che rappresentano. Ora in linguistica si usa lo stesso segno (=) colle lettere per indicare il rapporto reale che è tra i suoni stessi articolati p. es. $b = m$, cioè questi due meccanismi della pronunzia si sostituiscono l'uno all'altro, come *b* di Iaco*b*us si è cangiato in *m*, Giaco*m*o.

Può darsi che l'entità a cui si riferisce ciò che si usa come segno vada perduta, sia inutile, e resti superstite la sua efficacia significativa. P. es. la parola pronunciata dai sordo-muti da essi non è udita, non vale quindi per la sua entità reale ch'è acustica: di più usano degli alfabeti grafico e digitale che non sono se non segni ottici dei fenomeni sonori ch' essi non percepiscono, e quindi non avrebbero mai potuto tradurre dal senso dell' udito a quello della vista.

Nel rapporto tra l'entità ed il suo segno, può darsi che questo faccia più impressione che quella. Tali che fanno azioni inique, delittuose, se avvenga che si sentano definire ciò che fanno, specialmente dagli offesi, prendono in abborrimento più che se si reagisse con fatti. Allora si fa palese quella natura notata da Terenzio

« Nisi me in illo credidisti esse hominum numero, qui ita putant
Sibi fieri injuriam ultro, si quam fecere ipsi, expostulant,
Et ultro accusant » (Adelph. A. IV. Sc. 3, v. 3).

Può darsi che l'entità riceva il nome dal suo segno. P. es. *figure* (fr.) viso, volto, e *figura* (it.) = statura dell'uomo, taglia, sono la parola latina *figura* = immagine plasmata, da *figo fingo*. E *verba* (lat.) mi pare essere tratto da *verbera* i colpi dati sulla schiena ai mancipii, alle cui striscie lasciate si paragonarono le righe degli scritti [1] (anche noi diciamo *vergar* carte ec.). La parola dunque ricevette nome dal suo segno grafico.

[1] Il senso comune trovava una somiglianza tra le tracce dei colpi di verga e la scrittura. Pl. Pseud. A. I. Sc. V, v. 131.

« Quasi in libro cum scribuntur calamo litterae,
Stilis me totum usque ulmeis *conscribito* »

e nei Fragment. p. 800, v. 189 Edit. Comin.

« Corpus tuum virgis ulmeis *inscribam* ».

E Catullo ad Thallum Ep. 25.

« Ne laneum latusculum natesque mollicellas
Illusa turpiter tibi flagella *conscribillent* ».

Avviene nel rapporto tra il segno e la sua rappresentanza, che si apprenda prima questo che la nozione cui si riferisce: p. es. quando nella scrittura araba ci si esibiscono i caratteri senza determinazione delle vocali.

Contingenza nell' istituzione dei segni.

Lo zero apposto alle cifre numériche ne decupla il valore: 1 isolato vale = uno, con apposto uno zero vale = dieci. L'occasione per cui il numero dieci non ebbe un segno grafico appropriato come gli altri (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) ma sì venne adoperato lo stesso segno dell' unità (coll' apposizione dello zero, che è già tra gli apici di Boezio) deve essere stata la pratica di numerare per decine, onde ad ogni decina si poneva da parte uno degli oggetti omogenei numerati, come p. es. presso gli Ebrei pagando il tributo ai sacerdoti; ogni dieci capi di bestiame, uno si separava per loro, d'onde la *decima* passata in uso di tanti popoli: i sacerdoti stessi pagavano al sommo sacerdote la decima delle decime da essi raccolte. La cifra 1 quindi ricollocata nel decimo posto, contando anche sulle dita rappresenta il complemento del conto che non si poteva oltrepassare, senza cedere una parte delle cose che si avevano.

La costituzione decimale del computo deve essere stata determinata dall' esistenza delle dita delle mani, ognuna delle quali ne ha cinque. Altre nazioni per altro contano a quattro (1), a sei (2), a undici (3) ec., onde il calcolo decimale

Perciò *litteratus* per ischerno detto uno schiavo per aver la schiena piena di cicatrici. Pl. Casina A. II. Sc. VI. v. 49.

« Si hic *litteratus* me sinat ».

E nella Rudens A. III. Sc. III. v. 47.

« Ni *offerumentas* habebis plures in tergo tuo,
Quam ulla navis longa clavos »

dove paragona le ecchimosi ai donarii che avevano delle iscrizioni, litterati.

E nei Menaechmi A. V. Sc. VI. v. 30, Messenione dice

« Nimis autem bene ora *commentavi* ».

Perciò, se allora che lo scrivere era già d' uso, si paragonavano ai caratteri le lesioni fatte dalle verghe: parmi probabile che ai tempi in cui la scrittura era una novità, si potesse nominarla col nome delle lesioni, poi che il loro aspetto era fra le reminiscenze più ovvie.

(1) N. Caledonia. Cook. Balbi Atl. Ethn. Una nazione della Tracia. Aristotile Probl. Sect. XV. T. II. p. 751. Orenoco Amazoni Maypure. E pare anche presso gli abitatori dell' isola Ende, poichè *fa* (Tonga) vuol dire quattro e molto, *affat* (Madagascar) = quattro *effa* = finito: e così in tutte le lingue Malesi (Humboldt Kawi II. 264, 303. E in sanscrito *astau* = otto sembra essere un duale, cioè voler dire etimologicamente = due quattro (Grimm. Wört. p. 163).

(2) Nel dialetto della Sonda. Humboldt Kawi II. 264.

(3) N. Zelanda. Humboldt Kawi III. 763.

non è già una necessità ideologica. Le operazioni aritmetiche si potrebbero fare ugualmente anche se la serie semplice non arrivasse al dieci, o se invece lo superasse: allora, ogni volta che nella somma risultasse compito il numero massimo dei semplici, bisognerebbe riportarla nella serie dei primi composti. P. es. se non si arrivasse se non al sei, il numero ventisette si significherebbe così

43

perchè la cifra a sinistra rappresenterebbe, non già quattro volte dieci, ma sì quattro volte sei:

sommando, da 51
22

si scriverebbe 113, e si leggerebbe quarantacinque.

L' operazione si eseguirebbe ugualmente.

Intenzione diversa nello studio dei segni.

I segni costituiscono interamente alcune maniere di studio ora come mezzo, ora come scopo.

Come Mezzo.

Le matematiche sono un' arte di collocazione dei segni. La loro difficoltà dipende dal tenere in mente il rapporto di collocazione di quei segni fra loro. Questa memoria difficile si va rafforzando dall' interesse che si può prendere allo scopo che con quel giuoco di segni si può prefiggersi, quindi coll'attenzione che loro si presta, e di mano in mano dall' abitudine ossia dalla pratica. Ecco perchè gli uomini appassionati che hanno quindi capacità d' artista non possono riuscire in matematica; perchè durante quest' applicazione di segni, vengono distratti dai proprii sentimenti e dall' azione dell' oggettività cui sono esposti.

Questi segni, dei quali si costituisce la matematica, si sostituiscono alle nostre reminiscenze definite e ai nostri giudizii e ne rappresentano brevissimamente delle lunghe serie: e coll' uso di questi segni, potendo farne un simulacro oggettivo esposto in un tempo assai più breve di quello che si possano svolgere soggettivamente, ci ajutiamo a trovare i rapporti delle nostre reminiscenze stesse. Dice La Caille, che per risolvere i problemi che si propongono sopra i numeri o sulle quantità astratte, non si ha da far quasi altro che tradurli dal linguaggio ordinario in linguaggio algebraico, cioè in caratteri proprii da esprimere le nostre idee sui rapporti delle quantità. Può darsi talvolta che il discorso in cui il pro-

blema è proposto non possa essere espresso algebraicamente: la difficoltà che può incontrarsi in questa traduzione viene unicamente dalla differenza degli idiomi come nelle traduzioni ordinarie [1].

In tutte le altre maniere di studio i segni entrano alternativamente colle cose stesse in vario rapporto, cioè ora preponderando l'applicazione sulla cosa, ora sui segni: ed a questo intrecciamento dell'azione sensoria, quella determinata dalla presenza delle cose, e dell'azione mnemonica, che si continua alla percezione dei segni, si deve il procedimento della scienza.

Come Scopo.

Tutto il materiale di studio della filologia consta di monumenti lasciati dall'uomo, non da riguardarsi per loro stessi, ma come segni di ciò che pensavano e di ciò che avvenne alle generazioni. La filologia è l'ermeneutica appunto di questi segni.

Fra questi segni alcuni sono pure promiscuamente il suggetto della letteratura, cioè i prodotti fonetici. La filologia investiga la natura, la genesi e lo sviluppo di questi prodotti fonetici e vuole conoscere in qual maniera riuscissero segni e quale sia la rappresentanza speciale d'ogni segno, come avvenne che corrispondesse a quella tale condizione data soggettiva od altra oggettiva. La filologia perciò è solo scienza. La letteratura ha una parte scientifica ed una artistica. Come scienza, fa la storia della diversa maniera di adoperare, di applicare questi materiali fonetici che servono di segni; ma non li riguarda soltanto nel loro effetto significativo, sì pel modo migliore relativamente allo scopo di presentarli in mezzo ai popoli di cui si esaminano le produzioni. Viene ad essere per l'uso della parola quello ch'è l'estetica per le belle arti. La parte artistica della letteratura dà i precetti per conferire all'uso della parola le condizioni di venustà e di convenienza per l'effetto che si vuole ottenerne tra la gente della lingua che si adopera.

Direzione diversa nel trattamento dei segni.

l'una per la sensazione attuale

Elaborazione dei segni:

I. Coll'intendere d'imitare le cose stesse a cui devono servire di segno (nelle arti imitative, *scultura*, *disegno*

l'altra per la reminiscenza

Segno per semplice uso mnemonico. Così fu nell'architettura egizia: il più piccolo ornamento si riportava direttamente all'idea che aveva dato origine

[1] Matematiche pag. 91.

ec.). Così fu nelle decorazioni dei templi greci e latini: si riferivano all' occhio e nulla più: nulla avevano di mnemonico (1).

alla costruzione di tutto l' edificio (1).

II. Per rendere gradito il segno stesso per sè *(arti della parola, metrica, ritmica, armonia del periodo, eloquenza)*. Questa elaborazione costituisce per sè stessa gran parte integrante della letteratura. Di più essendovi varii sistemi di segni, chi preferisce l'uno, chi l'altro per loro stessi: p. es. la scelta della lingua in uso in un dato tempo, arcaismo, trecentisti in Italia; chi si appassiona pel latino, chi pel greco ec.

Trascuranza delle forme non attendendo che a far capire ciò che si vuole: *lingua scientifica.*

Poi che esistono le maniere di scrittura

Elaborazione dei caratteri.

Calligrafia. Il calligrafo non ha in mente se non che le lettere piacciano alla vista; per nulla si cura che possano o non possano servire al pensiero, che è suscitare delle reminiscenze.

Abbreviamento delle figure che rappresentavano le cose, così che se ne perdette il rapporto imitativo, *caratteri, scrittura, alfabeti.*

Dopo essendo già in uso i caratteri alfabetici, si trascura ogni finitezza nello scriverli, così come fanno gli algebristi: se le lettere si potessero fare ancora più semplici e che servissero alla distinzione, lo farebbero: altronde dove questo si potè, lo si fece, *tachigrafia.*

Per l' elaborazione dei segni vige sempre l' istinto della natura umana che avvicina più che può tutto quanto è di suo interesse a sensazioni già subìte od almeno a reminiscenze di sensazioni le più ovvie, che quindi sono le più pronte a suscitarsi. Fenomeni di quest' istinto sono le miniature dei codici antichi e lettere iniziali dei capitoli, e capitelli disegnati nelle prime edizioni a stampa: gli abbecedarii pei fanciulli, dove ogni lettera si riduce a qualche figura di oggetti sensibili p. es. *A* un uomo colle gambe divaricate, *S* una biscia ec., nomi delle lettere alfabetiche cangiati in parole aventi un significato secondo la lingua serviana nell' alfabeto glagolitico *A as* = io, *D dobro* = buono, *M misliti* = pensare ec.

Come si vede, questi due rapporti l' uno alla sensazione attuale, l' altro alla

(1) Champollion, *Précis s. Hiérogl.* p. 332.

reminiscenza, vanno sempre riproducendosi: una cosa che serve per destare reminiscenze, dopo si può far agire solo nell' intenzione che dia sensazioni attuali. Così certi simboli passati nelle mode vengono portati dalle donne come ornamento: ciò ch' era destinato per le reminiscenze, viene preso per la sensazione che produce esso stesso.

Per la scienza il segno ha il solo scopo mnemonico, si riferisce al passato.

Per la letteratura prepondera lo scopo sensorio attuale.

Perciò la scienza non cura la forma del segno con cui si ajuta, ma ha sempre in mente il soggetto.

La letteratura invece elabora la forma del segno.

Nella stima del segno, chi preferisce la sua azione mnemonica, e chi arriva a perdere così la nozione della sua maggior efficacia, che fa più calcolo della sua azione attuale. Nello studio artistico dei prodotti fonetici già passati ad uso di segni si può perdere di vista il servigio che si riporta al concetto, od alla oggettività, onde si perde tutto l' utile significativo p. es. col *purismo* coll' *arcaismo* che riportano in uso parole che non possono suscitare le reminiscenze, perchè non furono mai udite contemporaneamente alle sensazioni cagionateci dall' oggettività. E a tanto arriva il calcolo fatto della parola per sè, che i puristi, adottata una data categoria di parole, d' un dato tempo o d' un dato paese, se loro occorresse di nominare oggetti o nozioni che non avessero parole in quella, piuttosto tralasciano di riferire l' oggetto o la nozione. Ai tempi di Cicerone e da lui stesso, si faceva più stima dell' arte oratoria, cioè della maniera di porgere i segni dei concetti, del discorso, che non dell' eccellenza dei concetti cioè della sapienza p. es. della scienza del diritto. Infatti così parla di Servio suo condiscepolo con cui andò insieme a Rodi « Non enim facile quem dixerim plus studii quam illum et ad dicendum, et ad omnes bonarum rerum disciplinas adhibuisse, nam et in iisdem exercitationibus ineunte aetate fuimus et postea una Rhodum, ille etiam profectus est, quo melior esset et doctior, et inde ut rediit videtur mihi in *secunda arte* primus esse maluisse, quam in *prima* secundus. Atqui haud scio an par principibus esse potuisset, sed fortasse maluit id quod adeptus est, longe omnium, non ejusdem modo aetatis, sed eorum etiam qui fuissent in *jure civili* esse princeps » (¹).

Il segno elaborato ha un' efficacia maggiore o diversa dalla realtà, cui si riferisce.

Specie dei Segni.

I segni sono diversi per due condizioni: per loro stessi e pel loro uso, cioè per la loro rappresentanza.

(¹) De Claris Oratoribus p. 65.

Diversità dei segni quanto alla loro natura.

Siccome il fatto che una data cosa riesca segno è nell'individuo a cui viene esibita, quando cioè sia capace di destarlo a date reminiscenze: a destare queste reminiscenze può servire tanto la cosa che ha indotto le relative sensazioni originali, quanto un' altra che per qualche rapporto di contingenza sia capace di riprodurre nell'individuo alcuna di quelle sensazioni originali. Nel primo caso pertanto il segno può essere identico colla realtà. Così p. es. a Berna per arme parlante della città servono degli orsi viventi mantenuti in una fossa: e ciò per allusione al fatto storico che la città fu edificata da Berchtold V nel 1191 sul sito dove aveva preso alla caccia un orso. Se l'orso stesso preso avesse potuto durare, avrebbe potuto servire esso medesimo per segno di ciò ch' era successo tra Berchtold e lui: a quell' orso perito si sostituirono altri suoi simili. I testimonii della caccia e della edificazione della città, alla vista degli orsi mantenuti a spese pubbliche, aggiungevano la ricordanza della caccia ec. ma bisognava saperlo: nessuno, cui si dica che a Berna si mantengono degli orsi in una fossa e che Berna ha nome da Bären = orsi, potrà venire a sapere, senza che alcuno glie lo dica, il fatto della caccia dell' orso in rapporto col sito della città. In una data cosa può servire per segno qualunque sua parte che abbia potuto essere avvertita. Così p. es. si fanno varii ritratti della stessa persona, secondo i varii atteggiamenti in cui fu osservata. Questo può dipendere da contingenze dell' individuo, che quando veniva veduto presentava tali parti della superficie piuttosto che altre; ma può dipendere anche dalla maniera individuale di colui che percepisce, p. es. le varie maniere pittoriche che pure prendono a copiare gli stessi soggetti mostrano la prevalenza d' un dato effetto della oggettività: ora l' azione della pittura è mnemonica, cioè come quella dei segni; solo che quanto più è eccellente, tanto più determina alcune sensazioni affatto simili a quelle che si sono già subìte per opera dell' oggetto reale.

Quanto alla loro origine i segni sono eventuali od istituiti. I primi hanno la loro definizione nel processo pel quale un oggetto diventa segno. I secondi sono o cose già esistenti e applicate esplicitamente ad uso di segno, o prodotti d' invenzione a questo scopo. Esempio della prima maniera abbiamo i sassi ammucchiati dai viandanti nei deserti per segnare i luoghi pei quali sono passati e poter ritrovarli ad altra occasione: esempii della seconda le parole artificiali p. es. le desinenze fissate nella nomenclatura chimica.

Quanto all'invenzione dei segni è spontanea nell' uomo, dietro l'accorgimento assai ovvio della capacità di richiamare alla mente un dato fatto per la riproduzione dinanzi ai sensi di qualche oggetto che a tal fatto fosse contemporaneo: perciò i Greci nominarono σύμβολον da συμβάλλω = paragonare, questo oggetto [1]. E

[1] Si trattava di un' analogia tra la cosa presentata e quella a cui si doveva pen-

abbiamo veduto quegli artificii mnemonici inventati dai Peruviani e dai nativi dell'America settentrionale. E questi mezzi significativi si trovano estemporaneamente: un sordo-muto in Milano, per indicare i Francesi, si toccò prima i calzoni e poi mostrò la parte interna delle labbra; voleva accennare ai loro calzoni rossi. Nel progresso sociale poi l'invenzione dei segni sempre più produce, come li troviamo nelle singole arti e scienze, e tuttodì si moltiplicano p. es. in matematica quelli ultimamente introdotti dal Gauss (1), dall'Hamilton (2), dal Bellavitis (3).

Tra tutte le cose d'onde vengono impressioni agli atrii sensorii esterni, una gran parte significativa vengono a ricevere i prodotti fonetici dei quali si costituiscono le lingue. L'uso loro continuo come segni, tanto di rapporto tra individuo e individuo, quanto nelle rappresentanze intellettuali svoltesi in una persona stessa, per cui quasi sempre vanno di paro coi concetti (negli uomini non nati sordi), implica il problema sui rapporti nel tempo tra parola e concetto. Chi dice « fu prima la parola e poi il concetto » chi al contrario « fu prima il concetto od idea e poi la parola ». Per farsi una nozione chiara del modo in cui la parola diventa segno, bisogna al solito distinguere la sua entità reale oggettiva, ch'è il suono, dall'uso a cui serve, cioè di segno.

Siccome niuna cosa può servire di segno, se non dopo che abbia esistito un fatto da poter ricordare, così il significato della parola è sempre posteriore al concetto od idea, sempre occasionato da una percezione e da quella qualunque maniera di sentirsi della coscienza, anche dipendente dalla vita propria cioè dai sensi interni, dalla cenestesi.

Dato un fatto pertanto, se esiste una parola, qualunque significato abbia, che possa aver avuto un qualche rapporto di contemporaneità, coincidenza di pronuncia con quel fatto, quella parola può passare a ricordarlo; nel qual caso assume un nuovo significato. Questo significato è dunque posteriore a quel fatto e quindi alla sua percezione nell'individuo, quantunque il suono della parola preesistesse al fatto.

Dato che il fatto fosse nuovo, non esistesse alcuna parola in quella lingua per indicarlo, il fatto potrà attaccarsi per qualche condizione reale sua a qualche altro da cui derivi od a cui somigli, ovvero soggettivamente in noi può attaccarsi a qualche altro, col quale per le contingenze della nostra storia percettiva

sare per capire il simbolo. Nel suo primo significato rappresentava l'effetto di un'associazione applicata. Ma poi valse in genere per segno, riproducendo cioè una parte qualunque d'una scena oggettiva.

(1) I simboli *i, j, k* nell'applicazione del calcolo alla geometria a tre dimensioni.

(2) Il segno $\equiv$ nella teoria dei numeri interi.

(3) Il segno già astronomico ≏ applicato all'equipollenza e quello detto *ramuno* $\sqrt{\ }$ per indicare $\sqrt{-1}$ radice meno uno.

individuale ci sembri aver relazione: ora quel fatto anteriore a cui lo si attacca probabilmente avrà una parola che serva ad indicarlo e allora, o gli si applica quella stessa anche a questo, onde quella assume il nuovo significato, o da questa se ne deriva un' altra dietro l'analogìa propria di quella lingua; e allora quindi si plasma una parola nuova, ch' è posteriore al fatto ed alla percezione nostra relativa, anche quanto alla forma, al suono.

In fatto di creazione e d' uso dei segni si accorda assai più autorità al popolo che al dotto. Se p. es. il dotto ha bisogno di adoperare un verbo in valore attivo o factitivo che fino allora sia usato solo in valore intransitivo, va a guardare nel dizionario, e se non trova esempii di quest' uso, non si prende la libertà di adoperarlo in una nozione nuova: e da chi è stata fatta la lingua raccolta nel dizionario, se non dal popolo?

Diversità, varietà dei Segni in rapporto al loro servigio.

I segni sono *equivalenti* e *differenti.*

Segni *equivalenti* in parallelismo più o meno continuo sono i caratteri di forma diversa presso le varie nazioni, molti dei quali rappresentano lo stesso suono p. es. alfabeti greco e latino: l' alfabeto arabo si scrive in diversa maniera secondo i paesi dove si usa quella lingua, tanto che gli abitanti d' un paese non sanno leggere lo scritto arabo d' un altro (1). Le note numeriche indicanti un dato numero sono di figura diversa nelle varie maniere di scritture, ed anche in una stessa maniera di scrittura p. es. nell' uso dell' alfabeto greco pel computo, dove le lettere ora valgono semplicemente in ragione del posto che hanno nella serie alfabetica (così Ω = 24): ora secondo il posto, valendo per decine dopo l' I e per centinaja dal P in poi (2): ora valendo come indicazioni del nome del numero di cui erano le iniziali p. es. X = 1000, perchè iniziale di Χίλιοι. Così coll' alfabeto greco nell' uso di numerare, E e Π erano equivalenti; sì l' uno che l' altro carattere volevano dir = 5; l' uno, E, perchè quinto nella serie alfabetica, l' altro, Π, perchè iniziale di Πέντε. In Italia, prima che Leonardo Fibonacci da Pisa (3) portasse le cifre così dette arabiche, le diverse città avevano modi abbreviativi di computo diversi; questi modi dunque nell' effetto del computo erano equivalenti.

Quando i segni non hanno una rappresentanza comune con altri, sono *differenti.*

(1) Eyries Viaggi.

(2) In questa maniera d' uso si aggiungono all' alfabeto tre altri caratteri ϛ (episema) ϙ (coppa) ϡ (sampi).

(3) Li portò a Pisa nella seconda metà del secolo XIII da Búgia d' Africa dove era andato di 14 anni, con suo padre, ad apprendere la mercatura.

Vi sono segni *costanti*, cioè rappresentanti sempre la stessa entità, e *mutanti*, cioè che passano da una rappresentanza ad un' altra.

I primi sono quelli che fanno parte dell' entità stessa, con quella sono connati p. es. l' inclinazione dell' ago magnetico con quel tal grado di latitudine. Di mano in mano che le cognizioni si accertano, ogni fatto naturale ben percepito può essere segno d' altri fatti occulti: così dagli imperfetti suoi primordii va avviandosi sempre meglio la semiotica in medicina.

I secondi sono tutti quelli che stanno in arbitrio dell' uomo, quindi le parole, le cifre ec. Il cangiamento di significato della parola non è altro se non il passaggio d' un segno a far ricordare cose diverse da quelle a cui prima serviva. Tra le contingenze dei segni mutanti, una assai ovvia è quella del passaggio parallelo di segni equivalenti ad altre rappresentanze. Così

(gr.) νεκρὸς = morto (cimbro) *kranck* = morto

(lat.) *aeger* (1) = ammalato (ted.) *kranck* = ammalato

Avviene talora che dei segni ed interi sistemi di segni si rimettano in uso sotto circostanze nuove, e servano a rappresentanze diverse da quelle che prima avevano. Così p. es. in Inghilterra (A. 1688-1745) i presbiteriani usavano i nomi proprii personali e topografici che sono nella Bibbia e le frasi riferenti fatti di quelle epoche, intendendo invece le cose d' interesse della loro setta. Queste riproduzioni di segni entrano nei gerghi (2).

Effetti del passaggio dei segni da una rappresentanza ad un' altra.

Se ogni segno restasse costantemente fisso al suo ufficio specifico di far ricordare quella data entità e non altra, col mezzo delle parole si avrebbe la cognizione certa di ciò che nel passato fu avvertito dalle generazioni, senza bisogno di apposito studio, poichè non riescono ad essere segni se non pel fatto della concomitanza associata di quanto si è percepito le volte precedenti che si udirono: cioè i loro significati sono reminiscenze aggiunte dall' individuo le volte posteriori che le ode. Ma appunto perciò che, pel sussistere esse parole in seguito ad essere pronunciate in altre circostanze, passano a far ricordare secondo le contingenze queste circostanze posteriori, servono quindi ad altre rappresentanze, vanno queste moltiplicandosi di mano in mano sull' identica parola, onde riescono segni incerti; e di più le rappresentanze precedenti vanno in dimenticanza, non servendo più le parole a quel primo loro ufficio, il loro additamento storico va perduto e vi vuole

(1) Trovasi in Festo *necritu* per *aegritudo*, evidentemente da νεκρὸς, Lanzi S. Etr. I, pag. 99.

(2) Sulle cause di cangiamento di rappresentanza delle parole V. *Monum. Storici ec.* T. IV. e T. VIII. Ricomparsa di parole antiquate, ed uso di lingue morte.

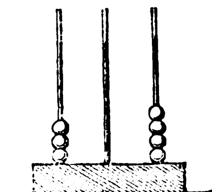
un' arte apposita ermeneutica e la dimostrazione esatta della genealogia d'ogni parola per riuscire alla scoperta delle rappresentanze antiquate, d'onde si può ricostruire la serie delle reminiscenze di cui fu intermittenza per tante generazioni.

In questo passaggio dei segni da una ad altra rappresentanza si possono di più perdere le relazioni dei segni tra loro: p. es. i nomi dei numeri passati ad indicare numeri diversi da quelli di cui erano nomi (sir.) ܬܪܝܢ *thren* = due è certo la stessa parola (sanscr.) त्रि *tri* = tre, e (gr.) ϛ (episema) che valeva = sei passò ad essere la 5 (cifra detta arabica) che vale = cinque.

Vi sono segni *sufficienti,* quelli che determinano una reminiscenza precisa: *insufficienti* che iniziano la mente in una data categoria di reminiscenze, ma resta a determinare quale fra queste p. es. la parola *aoristo* dei grammatici, dove si sa trattarsi di un tempo di verbo, ma non si sa quale.

Vi sono segni *negativi,* quelli che indicano l'esclusione di date maniere di reminiscenze, p. es. di quelle di misura, la parola *immenso,* quelle di fine, *infinito.*

Vi sono segni *diretti* e segni *indiretti:* i primi hanno in loro la rappresentanza, i secondi avvertono di una modificazione nella rappresentanza del segno cui sono aggiunti. Lo zero nella serie, quando si scrivono i computi, non fa altro se non avvertire il posto che occupano le altre cifre, poichè dal loro posto dipende la loro rappresentanza, il loro valore. Lo zero non potè aver origine se non dopo che si era trovato l'artificio di fare che le cifre rappresentassero valori diversi secondo il posto relativo nel quale esse cifre si ponevano. Deve aver avuto origine dall'æra latina od etrusca, o dal *suanpan* chinese, per segnare che in un dato ordine della serie non v'era nulla. P. es. poniamo che nella prima serie si notassero le unità, nella seconda le decine, nella terza le centinaja: per riferire la somma



si doveva mettere 304. Se p. es. ogni ordine di numeri nel computo fatto colle cifre avesse avuto un posto proprio, una colonna, il segno zero sarebbe stato inutile p. es.

Centinaja	*Decine*	*Unità*
3		4

= 304

Così, se ogni ordine di numeri avesse avuto un colore proprio p. es. le centinaja il rosso, le decine il giallo, le unità il verde, lo zero sarebbe stato inutile:

$$3\ 4 = 304 .$$

Dunque lo zero che figura come un segno negativo (e lo è alludendo a data e data serie di numeri) segna in fatto una condizione positiva delle cifre vicine: è un segno *indiretto*.

Vi sono segni *immediati* e segni *mediati* o segni di segni. I jeroglifici, i caratteri chinesi sono segni *immediati* delle cose o delle nozioni: le lettere alfabetiche sono segni dei suoni costituenti le parole, quindi segni *mediati* delle cose o nozioni che da tali parole voglionsi indicare.

Vi sono segni *oggettivi* e segni *soggettivi*.

I segni *oggettivi* servono alla rappresentanza delle impressioni avute per opera del mondo esteriore, le quali noi traduciamo come enti oggettivi.

I segni *soggettivi* servono alla rappresentanza di sentimenti, di lavori intellettuali successivi all' azione oggettiva. Il segno del meno (—), quello dello zero (0) non hanno alcuna corrispondenza colla realtà, servono per ricordare un fatto soggettivo, un giudizio sopra impressioni già provate. P. es. veggo cinque dita in una mano, il segno 5 corrisponde a quella realtà: poi vedo una mano con un dito di meno (p. es. il pollice, come usavasi di troncarlo ai prigionieri di guerra) [1], il segno 5 — I non mi rappresenta una realtà (oggettiva), cinque dita non esistono (oggettivamente): esiste bensì la mia ricordanza di aver veduto altre volte cinque dita, e il risultato d'un mio confronto tra quella sensazione già subìta, ed ora riprodotta mnemonicamente, e la sensazione attuale, per cui giudico che quella non è affatto uguale all' altra prima, e non è uguale per difetto, e quindi l' altra non era uguale a questa per eccesso: così il segno di uguaglianza = si riferisce al risultato di un confronto fra due fatti. Tutti quelli che si riferiscono alle astrazioni sono segni soggettivi.

Siccome l' azione intellettuale si svolge, tanto per atteggiamenti indotti dalle condizioni intrinseche dell' organismo, quanto dalla presenza dell' oggettività determinante la riproduzione mnemonica più o meno vivace e succedente in varii ordini, i servigii di rappresentanza oggettiva e soggettiva si alternano sull' identico segno, e ora occorre l' un genere di segni, ora l' altro. I segni numerici ora rappresentano dei fatti reali, ora delle operazioni intellettuali sulle sensazioni subite per opera di quelli: p. es 4 rappresenta un fatto reale, 5 — 1 rappresenta una operazione intellettuale. Il progresso delle scienze matematiche è dovuto al-

[1] V. Iudic. c. I, v. 6, 7. Adonibezech, e Cic. De Officiis, riferendo che gli Ateniesi così trattarono gli Egineti fatti prigionieri.

l'alternare di questi due fattori e dei segni che li rappresentano. In questo modo agiscono parallelamente al processo continuo della mente, che si costituisce della passione del centro senziente per opera immediata attuale della oggettività e di reazione a quella. Avviene di più che i segni di un' origine e di un servigio si confondano nell' uso con quelli dell' altra, sicchè i segni oggettivi rappresentino fatti soggettivi, e viceversa.

I segni oggettivi si diversificano in rapporto degli atrii sensorii.

Vi sono segni riferiti all' *udito,* alla *vista,* al *tatto* e occasionalmente possono darsi segni riferiti all' *odorato* ed al *gusto.*

Segni riferiti all' *udito* sono i rumori e suoni prodotti con dati corpi, come con le trombe, le campane ec. e soprattutto la parola che spesse volte si produce in seguito ad impressione ricevuta pel senso dell' udito ed è un effetto di moti degli organi vocali ed articolatori, che, oltre agire primitivamente, quasi sempre si usa come segno.

Segni riferiti, alla *vista.* Qualunque oggetto o fenomeno visibile ma più specialmente i gesti ed il jeroglifico, che si produce in seguito ad impressioni ricevute dal senso della vista: è un' opera di moti della mano dell' uomo, lascianti una traccia sopra una materia qualunque, si riferisce al senso della vista e tante volte può riuscir segno.

Parola e jeroglifico sono due generi di segni indipendenti l' uno dall' altro e paralleli, perchè produzioni dell' identico centro sensibile. Un popolo di sordomuti può inventare un sistema jeroglifico ricco e coordinato quanto qualunque lingua.

Segni riferiti al *tatto.* Alcuni linguaggi secreti si costituiscono di tocchi mutui, e vi ha un alfabeto di tocchi ch' è una traduzione di quello grafico.

Perciò che « Serius affectant animos demissa per aurem,
Quam quae sunt oculis subjecta fidelibus »,
parrebbe che il senso dell' udito scadesse di servigio in confronto del senso della vista. Ma Orazio in *demissa per aurem* non mira se non alle parole, cioè a suoni capaci di destare date ricordanze, e il cui effetto sta nelle ricordanze stesse suscitate. È come nel Truculento di Plauto A. II. Sc. VI. v. 8.

« Plus est oculatus testis unus, quam auriti decem:
Qui audiunt, audita dicunt, qui vident plane sciunt ».

Il rapporto qui è tra segno e sensazione attuale; certo che il segno che destar deve una reminiscenza scade nell' efficacia dalla sensazione attuale.

Se si trattasse della sola sensazione attuale, il senso dell' orecchio non scaderebbe minimamente nel suo servigio da quello della vista: se viceversa si usassero impressioni agenti sul senso della vista, solo perchè il loro effetto si compiesse nelle reminiscenze suscitate p. es. reminiscenze di suoni, sarebbe più tardo l' effetto delle cose vedute che non di ciò che si sente. Quel rapporto segnato da Orazio sta perciò che

demissa per aurem sono le parole, il mezzo più usato per significare, per servire di segno, e che *oculis subjecta fidelibus* sono le cose che agiscono quasi continuamente su noi per la parte loro visibile, cioè dando impressioni per l'atrio visivo; così che gli altri introiti sensoriali, cioè pel gusto, per l'olfatto, che sono intermittenti a lunghi intervalli, non si contano; e che quelle riferibili al senso del tatto, il cui uso è ancora più continuo della facoltà visiva, non può comprendere che ristrettissima estensione, quella del punto di contatto immediato di questo e di quel tratto della nostra superficie coi corpi, sicchè non possiamo arrivare per questo ad avere impressioni complesse di fenomeni estesi nello spazio, quali riceviamo colla vista. P. es. in una scena teatrale mentre noi vediamo tanti personaggi e tanti aspetti di cose, noi non arriviamo a toccarne nessuna.

Passaggio di servigio dei segni oggettivi dal rapporto ad un senso, ad un altro.

La scrittura è un trasporto di relazione dal senso acustico al senso ottico, o una permutazione di suoni contro delle figure: la scrittura non può prodursi se non da individui che hanno il senso dell'udito. Il jeroglifico passando per gli accidenti di coincidenza dalla rappresentanza ideologica a servigio di nota fonetica (per quel processo dei rebus) si allontana dal suo rapporto al fatto mnemonico complesso che vuole destare, si fissa invece al rapporto di reminiscenza acustica [1].

Grado diverso di efficacia dei Segni.

(a) *Per parte delle condizioni loro.*

Vi sono gradazioni infinite nell'efficacia mnemonica dei segni, per la determinazione maggiore o minore della loro forma e pei rapporti di luogo del loro posto. P. es. una pagina ripiegata in un libro non fa se non avvertire che là dovete fermarvi e guardare o rivedere qualche cosa, senza pure che sospettiate cosa sia che ivi interessa: un groppo nel fazzoletto vi fa risovvenire d'un dato proposito. La scrittura vi fa riavere quasi perfettamente una qualunque serie, per quanto lunga si voglia, di nozioni e di concetti. Perciò ch'è di somma importanza la collocazione relativa delle nozioni nell'intelletto, è di somma importanza la collocazione dei segni, che a quelle si riferiscono, e che devono loro parellellamente

(1) La stessa scrittura chinese riesce in qualche caso fonetica p. es. nel rappresentare i nomi proprii « Signes réellemment idéographiques, mais détournés de leur expression ordinaire, pour leur faire accidentellement représenter des sons (chez les Chinois comme chez les Égyptiens) » Champollion, Précis Hiérogl. p. 17.

servire. Se un segno abbia il posto primario, avrà ben altra potenza mnemonica ed eccitatrice e coordinatrice che non se sia in un posto secondario ed accessorio (¹).

Segni già esistenti e che hanno servito altrui, se agendo sui nostri sensi non possono trarre in noi le associazioni mnemoniche per destar le quali devono essere efficaci, si capiscono per induzione nelle circostanze date, perchè noi, avvertiti delle circostanze, svolgiamo le nostre reminiscenze che vi si riferiscono e di mano in mano analogamente a quelle traduciamo i segni. P. es. nella traduzione d'una comedia di qualche classico antico, la scena fa indovinare il valore preciso di date parole nella circostanza data, il qual valore è relativo e in assoluto non si può definire. Questo è il processo per cui si viene a capire il significato di molte parole della lingua materna stessa, perchè non sempre la scena esterna può corrispondere a quella per cui in origine quelle tali parole ebbero quel significato, molte essendo cenni di concetti assai complicati: e raro è il caso che venga spiegato a chi non sa il preciso rapporto di rappresentanza di quelle date parole. Perciò gran parte della lingua parlata comunemente resta per molti indefinita.

(b) *Per parte delle persone cui sono esibiti.*

C'è una grande distanza tra i gradi di comprensione di ciò che intendono i segni, secondo gli individui a cui vengono presentati, dalla nulla aggiunta di proprie reminiscenze, per cui non vengono compresi, fino a svolgerne catene lunghissime che conducono a giudicii innumerevoli. In questo riguardo la gradazione è indefinibile. Nell'uso delle parole d'una lingua anche notissima, all'uno può bastare qualche breve periodo, mentre l'altro nulla può capire: dipende dalle nozioni preesistenti in quello che le parole ascolta o legge. Prendete gli argomenti delle comedie di Plauto posti in principio di ciascuna; ed io credo che poco o nulla capirete di ciò che nella comedia si rappresenta: dopo letta la comedia, rileggete l'argomento, e allora vi apparirà la sua relazione abbastanza esplicita. Egli è che quegli argomenti erano fatti per richiamare alla memoria quello che già si aveva veduto sulle scene, o letto; non già per dire a priori ciò che si andrebbe a vedere. Tanto più si fa palese questa gradazione, quando si esibiscano delle opere dove le relazioni colle cose abituali della vita v'abbiano poca parte. Tra i rari lettori di opere serie, pochi capiscono tutte le singole parti, più pochi la ragione dell'insieme: più pochi s'accorgono che il libro parte da tutt'altra maniera di considerare le cose da quella abituale, sicchè o credono di capirlo e s'ingannano da capo a fondo, o perchè non possono entrarvi, lo giudicano assurdo, contro l'ordine intellettuale: quelli poi persuasi di capirlo come

(¹) **Vedi Monum. Storici T. VIII. Ideologia dedotta dalla Storia naturale delle Lingue.**

vero, continuano nella loro maniera implicita di opinioni, niuna delle quali può stare, stando il libro. Rarissimi poi sono quelli la cui comprensione sia così viva, che *sentano* l'entità di quel vero (¹).

Può avvenire per mezzo dei segni una specie di comprensione fittizia, la quale non conviene con ciò che quelli intendevano riferire. Parmi che un esempio di questo processo sia nelle traduzioni delle opere di scrittori animati dalle circostanze del tempo in cui vivevano fatte da letterati di tutt'altre epoche e tenore di vita: p. es. la traduzione di Pindaro fatta in odi latine dal Costa. Come mai il buon prete che visse sempre in Seminario a Padova, ch'era d'una innocenza da parvolo, poteva essere penetrato nella passione di giuochi, di corse di cavalli, di gare nazionali che diedero occasione a quelle odi?

Perciò che l'efficacia significativa dipende dalla disposizione mnemonica dell'individuo a cui il segno si esibisce, può darsi che lo stesso segno susciti reminiscenze di diverso ordine per tempo e per circostanze delle impressioni originali a cui si riferiscono, e quindi venga ad avere significati diversi contemporaneamente. P. es. in Plauto (Stichus A. IV. Sc. I, v. 71), mentre Epignomo sta parlando con suo fratello sul conto del parassito Gelasimo, costui entra: allora Epignomo dice « Atque eccum tibi *lupum* in sermone, praesens esuriens est » Epignomo lo disse *lupum* per due significati d'origine affatto diversa: l'uno alludendo al proverbio « *lupus* in fabula » che dicevasi, quando, mentre che si parlava d'una persona assente, questa compariva: l'altro riferivasi alla voracità di quel Gelasimo, per cui appunto dopo commenta l'applicazioue del nome *lupus* « praesens *esuriens* est ».

(c) *Per ragione composta delle condizioni dei segni e delle disposizioni delle persone cui vengono esibiti.*

La differenza di forma tra segni equivalenti allontana la mente dalle associazioni solite a suscitarsi pure dall'una o dall'altra forma fra queste varianti. P. es. la diversità della scrittura araba dall'ebraica distoglie dal rimarcare la parentela, i rapporti etimologici tra parole comuni a queste due lingue: se invece di leggerle si odono pronunciare, la somiglianza tosto si avverte.

Perciò che l'effetto significativo non istà nella natura degli oggetti, ma si si compie nella soggettività di chi li percepisce, può avvenire che fenomeni ed

(¹) Il profondo autore del discorso preliminare ai Pensieri di Pascal aveva pure dinanzi alla mente queste gradazioni, per cui poi prevedeva a quanto pochi si ridurrebbero quelli che potessero competere a quella lettura. « Il est aisé de voir combien il y en aura peu qui emploient seulement quelques moments à la lecture de ce recueil, et parmi ceux là combien peu sont capables de l'entendre et d'en être touchés » (Pascal Pensées T. I. Disc. sur les Pensées etc. p. 119).

oggetti percepiti infatto per la prima volta agiscano come se fossero stati contemporanei ad impressioni provate anteriormente, cioè facciano associare reminiscenze di sensazioni alle quali non furono mai coincidenti. Un ritratto di persona nota, presentato la prima volta, la fa ricordare: una onomatopeja creata in quell'atto fa ricordare suoni uditi altre volte (1). In questo modo i suoni bruti p. es. le varie voci degli animali si prendono per parole che abbiano significato, cioè agiscono come se fosse già almeno la seconda volta che si odono dopo di averli uditi in rapporto a date impressioni. In questo modo certi accidenti delle apparenze di cose inorganiche, stalattiti, rocce, ec. rappresentano corpi organizzati, oggetti artificiali, come istrumenti, prospettive architettoniche ec. (2).

Quanto scade la conoscenza dei segni da quella delle cose.

Si suol dire che l'educazione inavvertita che si riceve conversando con persone colte è assai più efficace di quella che si riceve esplicitamente nelle scuole. La causa di questa preminenza sta in ciò che, conversando, tutto quello che si va conoscendo, gli è per azione immediata sui sensi, anzi che per segni, che per riuscire efficaci esigono l'aggiunta nostra mnemonica. Ell'è ben differente azione sulla vostra mente se uno vi dice in tali ore della scuola p. es. un precetto del galateo, o se invece voi lo vedete sempre praticare. Sicchè questa educazione che dicesi inavvertita in fatto è quella diretta, perchè agisce dando sensazioni, e invece quella che si dà esplicitamente è indiretta, perchè non agisce se non suscitando reminiscenze. Si osservi pure che i contadini di buona mente e gli artigiani hanno la coscienza definita di ciò che sanno: cioè non credono di conoscere se non ciò che realmente conoscono. Quelli invece che sono andati alle scuole hanno la persuasione di sapere moltissime cose, ma non saprebbero definire ciò che intendono quando ragionano di tanti argomenti. La differenza tra lo stato mentale degli uni e degli altri dipende da ciò che quelli che non sono stati alle scuole, od hanno veduto gli oggetti, i fatti, e li conoscono; o non li hanno veduti, e nessuno diede loro i segni di quelli, od altri segni riferibili a cose qualunque non percepite. Quelli che sono andati alle scuole hanno ricevuto per la massima parte dell'istruzione assai più segni di nozioni, anzi che siensi fatti loro stessi le nozioni originali sulle cose; p. es. impararono la geografia sulle carte geografiche. Credete voi che l'alunno delle scuole abbia potuto farsi sulle carte geografiche le stesse nozioni di quei tratti di terra che gli hanno fatto imparare, del

(1) V. Monum. St. T. IV. Trattato Ideologico Associazione diretta, in principio.

(2) V. ivi Trattato Ideologico. Acquisto ulteriore di significati poi che i prodotti fonetici sono già in servigio di segno. Significati di certe parole già esistenti attribuiti a suoni eterogenei agli umani articolati.

viaggiatore che ha percorso quei tratti stessi? Io vi dico che se l'alunno vedesse quei tratti e non gli dicessero che sono quelli che ha studiato, e sui quali ha fatto gli esami, non arriverebbe mai ad indovinarlo. Ora a che giova la geografia che ha imparato, se gli dà un fantasma intellettuale affatto estraneo alla realtà? Ebbene gli alunni delle scuole inferiori apprendono i segni senza che alcuno mostri loro la cosa a cui si riferiscono, e neppure riflettono che non sono se non segni: li imparano per loro stessi come se in essi si esaurisse il sapere. Da ciò la superiorità del senso comune sopra i dettati dei dottori, in certi casi dove quello può riflettersi sulle proprie esperienze, come già osservarono gravi pensatori. P. es. Destutt de Tracy « Il buon senso pubblico, e, direi quasi, l'istinto generale, si è allontanato sempre meno dalla strada retta che non le prime speculazioni scientifiche, perchè questo parte dalla pratica dei fatti (1) » e Féréal « Le peuple se trompe rarement; ses jugements sont quelquefois plus sûrs que ceux de la science. Il y a une philosophie toute particulière à laquelle il serait bon de se rapporter quelquefois (2) ». Cosi avviene non di rado che le espressioni volgari relative al modo di sentirci contengano la diagnosi della sede di tale e tale nostro senso interno. Bichat osservò che la sincope dicesi dal volgo *mal de coeur,* e appunto là è il disordine; che, se il cervello sospende le sue funzioni, gli è perchè non gli viene più il sangue che il cuore gli trasmetteva. E così pure il popolo in Francia dice « *le charbon entête, porte à la tête* » e infatti il vapore del carbone determina l'asfissia agendo sul cervello e non sul cuore (3); onde Bichat segue « souvent le peuple qui voit sans le prestige des sistêmes *observe mieux* que nous, qui ne voyons quelquefois que ce que nous cherchons à apercevoir d'après *l'opinion,* que nous nous sommes préliminairement formés ». Appunto gli è nell'*osservazione* il vantaggio sull'*opinione,* ch'è un parto di conghietture su ciò che noi abbiamo creduto di conoscere, perchè abbiamo sentito parlarne. Il senso della moltitudine erra per troppa diffidenza nei proprii mezzi, e per troppa stima altrui, quando si riporta come a tanti assiomi, alle baje che gli hanno dato ad intendere.

Chi mai degli alunni di umane lettere, nell'imparare i pezzi di Cicerone, di Virgilio ec., sospetta che siavi altro da studiarvi, che quelle parole coordinate in quella maniera, e quinci trarre gli esempii del modo di coordinarle? chi di quei ragazzi può pensare che invece in quelle non istà se non una forma mediata, per la quale dobbiamo sforzarci d'indovinare il soggetto in cui è l'entità? Intanto vengono pure per buona ventura a questi alunni opportunità, fuori della scuola, di farsi delle nozioni delle cose da loro stessi (e non sui segni). Ma questi concetti legittimi restano nell'intelletto promiscuamente con quei concetti composti

(1) Ideol. T. II. p. 207 Volontà. (2) Myst. de l'Inquisition p. 353.
(3) Vie et Mort p. 178.

di parole di significato per quegli alunni indefinito, dove il massimo interesse e spesso unico è quello acustico, cioè della collocazione di quelle parole in quel modo, senza la conoscenza del fatto, oggetto o fenomeno a cui si riferisce, e perfino senza che sospettino che abbia il servigio di rappresentare una cosa che pur esiste, da loro non conosciuta ([1]). Di più nelle scuole si apprendono formule di classificazione o di teorica ec. coercenti fatti che spesso nella pratica della vita si vedono essere affatto estranei ed anche opposti alle maniere loro attribuite; eppure la coscienza dei più, punta ogni volta in queste opportunità contingenti per accorgersi della contraddizione, non vi abbada: succede la sensazione, ma non viene così avvertita da fermarvisi e confrontare l'avversione del fatto di propria esperienza con quello che si era imparato che doveva essere; quindi non arriva alla conseguenza di togliere quel fatto dalla categoria dove l'ha dettato il maestro E così si fa l'abitudine di tenere confuse e nozioni di propria esperienza e concetti indovinati da segni di cose che non si percepirono, e segni presi invece delle cose, come se l'interesse fosse in loro stessi, e massime affatto opposte a ciò che in fatto succede; e perciò che tutti questi materiali diversi del magazzino intellettuale stanno nella nostra coscienza, si trattano come se fossero omogenei, e dalla somma di questa colluvie si costituisce la persuasione di sapere.

Parallelamente alla differenza di grado delle nozioni, da quelle acquistate coi nostri sensi, a quelle imparate da narrazioni, ossia per mezzo dei segni, procede la differenza tra le operazioni intellettuali fatte su quelle avute per sensazioni e quelle per segni. Tali sono i rapporti tra la meditazione e la lettura. La meditazione è un esercizio *diretto* sulle impressioni provate dalla persona stessa. La lettura è un esercizio di comprensione del valore dei segni dati da altri, relativi alle impressioni provate da quelli che scrissero. È dunque un esercizio *indiretto* d'interpretazione. Nella meditazione si ha la sicurezza dei soggetti sui quali si rivolge. Nella lettura vi ha sempre incertezza che i segni corrispondano a quei soggetti che si credono essere, e non ad altri.

Questa differenza di nozione tra quella procurata dalle sensazioni originali e quella per precetto, cioè per segni, non può mancare di palesarsi nelle azioni, che da tali maniere di nozione dipendono, e quindi nella pratica della vita. Ovviamente ebbi a meravigliarmi della imperturbabilità con cui alcune tra le donne educate commettono azioni immoralissime, di quelle definite dalla dottrina cristiana come peccati mortali, mentre sono piene di rimorso se sieno state costrette a trasgredire qualche precetto di quelli di pratiche di disciplina. E ogni volta ch'io a questo rifletteva, finiva troncando il problema, col giudicar quella loro condotta come inconseguente. Ma non si tratta d'inconseguenza: le norme della morale e

([1]) Non parlo poi di tutte le favole, come quelle della Mitologìa, perchè nell'insegnarle si avverte che sono favole.

quelle di date pratiche di disciplina non sono per loro in rapporto: nella loro mente le une ebbero una genesi diversa dalle altre, e la comprensione della moralità è imperfettissima in confronto della comprensione delle pratiche. Queste, obbligo di udire la messa, di astenersi da dati cibi in dati giorni, di confessarsi, di comunicarsi ec. le vedono farsi dagli altri, le apprendono coi sensi, quindi le fanno esattamente come hanno veduto fare, e vi si abituano così che la loro esecuzione diventa una necessità. Al contrario, ciò che si riferisce alla morale viene insegnato non riferendosi alla vista od ai sensi che possono esservi interessati, presentando le scene relative a quei concetti, ma sì colle parole, cioè con segni che si riferiscono a fatti non veduti, non provati nell'età della fanciullezza, tanto più quanto maggiore sia la moralità della famiglia, dove si tiene occulto con ogni cura tutto quanto è degli istinti sessuali. Questi divieti pertanto della dottrina cristiana vengono imparati come il *pater noster* od il *credo* per parole, od astrattamente, senza quindi farsi una nozione delle contingenze a cui alludono. Intanto, poichè le ragazze furono istruite in chiesa, si crede che sieno ben avvisate sulla propria virtù; ma venuta la passione e la contingenza, se anche possano sospettare che quei capitoli della dottrina cristiana abbiano ora applicazione al caso, l'induzione d'avviso alla loro coscienza è affatto impari alla novità della circostanza e del loro intimo senso. Ecco quindi che, se delinquono, non provano quel rimorso che avrebbero per la trasgressione d'una pratica costante in tutta la loro vita: vanno quindi senza ribrezzo al confessionario, come andavano in ogni tempo ad accusarsi di qualche scempiaggine (1).

Altre maniere d'agire delle cose che servono di segno, in fuori da quella di significare.

I segni stessi, in fuori dall'interesse di ciò che rappresentano, agiscono come stimolo a mettere in attività l'intelletto, come i suoni tentati dal compositore di musica sul clavicembalo, quando si vuol porre a creare, o come i moti dei piedi che fanno i ballerini per preludio alla danza. E la causa è evidente; poichè i segni coll'azione loro attuale mettono in giuoco le associazioni mnemoniche nelle quali consiste il processo intellettuale: sono pel sistema sensibile, quello che pel sistema motore l'impulso eccitatore cui si continuano le maniere di moto in cui si ha maggior esercizio (ballerini).

(1) La reità poi viene forse per lo più taciuta a quel tribunale di penitenza, per la natura della donna, che subisce tacendo quei fatti stessi, dei quali non tollera i discorsi. Che se in seguito non venga fuori ciò ch' ella ha fatto, vedendo che nulla le succede di danno, l'esperienza la fa sempre meno timida, per le tresche o per tutti i mezzi criminali che per quelle possono occorrere, continuando scrupolosamente tutte le pratiche di religione, soddisfatta di sè stessa; d'onde la sorpresa di noi che abbiamo la cognizione chiara dei rapporti delle azioni colla morale.

Poichè il fatto che una cosa serva di segno, è un profitto che l'essere capace di sentire trae da quella, e quindi non costituisce l'entità dell'oggetto: può darsi che la cosa, che serve di segno, possa anche avere altri rapporti coll'essere capace di sentire. E il primo rapporto delle cose con tal'essere è nella sensazione: dopo può determinare la reminiscenza. Così è dei prodotti fonetici, nella efficacia loro nel commercio dialogico; l'azione attuale sensoria, la suscitazione mnemonica cioè del passato. Nel progresso delle società e delle loro lingue il primo fattore v'ha sempre meno parte. Le parole in origine, la cui natura patetica e imitativa è marcatissima, vanno di mano in mano perdendo questi caratteri soprattutto per l'accorciamento, per cui si riducono a monosillabi, nei quali non si troverebbe alcun rapporto collo stato soggettivo del parlante e coi fenomeni sonori che intendevano in origine d'imitare p. es. nell'inglese e più nel chinese, dove invece tutta la loro azione è significativa, mnemonica, cioè capace di destare lunghe serie definite di reminiscenze nell'ascoltatore che conosca la lingua.

La *Moneta* non è solo un segno. L'azione del segno finisce col destare date reminiscenze: la moneta determina anche delle azioni, lo scambio di quella colle cose. La moneta in origine servì come *segno:* forse non era se non una caparra non equivalente al prezzo della cosa che si aveva acquistato: si lasciava la moneta, ma solo pel momento, dopo si andava a prendere la cosa acquistata portando l'equivalente in bestiame od altri mezzi di scambio. Ma ora la moneta non serve tanto come segno, quanto si adopera pel valore suo come una merce. Come non potrebbe dirsi servire di segno qualunque cosa che si scambiasse con un'altra p. es. una stoffa contro un giojello, così non si può dire che serva di segno la moneta che si scambia contro qualunque merce. Il segno può non essere una proprietà: una iscrizione, una colonna mi serve di mezzo di ricordanza, anche senza possederla. La moneta è per se stessa una entità utile che ha il suo valore indipendentemente dai cambii con altre cose: la materia di cui è fatta, metalli, metalli preziosi, è capace d'altri usi, servire per utensili e ornamenti.

La carta monetata ha le due qualità di servigio, l'una di segno, l'altra di mezzo di cambio, per cui ha un valore convenzionale, riferita alle cose da acquistarsi, ma non oggettivamente, cioè nel materiale di cui è fatta.

I segni stessi, di cui non si conosce la rappresentanza, possono essere presi come enti e come tali trattati: così avviene la personificazione delle parole. La somiglianza nella forma a quella dei nomi femminili o maschili decide allora del sesso dell'ente che s'immagina. Il latino *fata* nome pl. neutro di *fatum, i* per la sua desinenza in *a* fu preso nei bassi tempi per un nominativo singolare femminile (1) e quindi ne venne la *Fata: perpetua felicitas* formula d'augurio dei Romani

(1) Come τὰ Βιβλία Biblia, orum divenne (b. lat.) *Biblia, ae* e quindi in italiano la *Bibbia* (fr.) la *Bible* (sp.) e (port.) la *Biblia* (ted.) die *Bibel* ec.

si sdoppiò in due femmine *S. Perpetua* e *S. Felicitas* (¹); ma invece, dell' altra formula d' augurio « *quod felix faustumque sit* » le parole eransi già trasformate in due enti mascolini *Felix* e *Faustus* fratelli di Giano (²). È lo stesso processo per cui le parole, dopo stabilita l' abitudine di analogia grammaticale, secondo la loro cadenza passarono ad un genere od all'altro. In grammatica, prima ciò che determina i tipi è la nozione che si ha di ciò che si deve nominare; ma poi è la forma della parola che la fa entrare in questo od in quel tipo. Il segno stesso agisce come entità per sè.

Per quella stessa cagione per cui le cose possono diventar segni, possono, non servire più come tali. Ogni volta che ciò che ha servito di segno perda il suo rapporto con altre date concomitanze oggettive o soggettive che poteva far ricordare, cessa di valere come segno relativamente a quelle. P. es. nel giuoco della tombola o del lotto la cifra che trovasi sulla palla, ch' è certo segno relativo alla condizione numerica di date cose, cioè d' essere in dato numero, non concerne più il concetto numerico: interessa per sè, indipendentemente da ogni associazione mnemonica. Quindi, nel moto perenne delle cose, il cangiarsi continuo delle circostanze fa perdere ai segni il loro valore. Così p. es. le opere dei classici latini che si riferivano alle circostanze della società romana nei tempi della repubblica e dell' impero, trovate dai monaci, viventi nei cenobii, non potevano valere se non come formule per parlare, quindi come modelli di retorica, di ritmica, di dialettica, ma giammai far capire le abitudini di quella maniera sociale e domestica.

NOZIONE FALSA DELL' ENTITÀ DEI SEGNI, STIMA ESAGERATA DEI SEGNI.

Il Fusinieri definì che il simbolo o segno fosse una cosa equivalente ad un' altra cosa simile p. es. due finestre eguali, delle quali posso sostituire l'una all' altra (³). Il simbolo o segno non ha la sua efficacia riferendosi alle cose oggettive (sia loro uguale o simile, o no); i suoi rapporti sono colla condizione soggettiva di quello cui si esibisce: una cosa affatto eterogenea ad un' altra può far venir in mente quella, cioè agire come segno relativamente a quello.

Il concetto che la gente si fa della memoria è tutto riferito alla ripetizione dei segni, anzi che alla ripetizione delle sensazioni originali determinate dalle scene oggettive. P. es. diranno aver un tale grande memoria, se, sentendo a dire un discorso, saprà ripeterne dopo dei tratti, così precisamente come erano, o se leggendo poche volte un pezzo da imparare, vi riuscirà: s' intende che basta saper ripetere queste parole, che servir devono di segni per altre associazioni, senza che tali associazioni si destino, od anche essendo impossibile che si destino per

(¹) Martyrol. 7 Martii. (²) Plutarch. Parall. p. 307. (³) Mem. cit. p. 16.

non aver avuto luogo le sensazioni originali p. es. nel caso che un cieco nato dicesse a memoria la descrizione d'un paesaggio o d'un tratto anatomico.

Degerando dichiarò necessarii i segni per ottenere le idee astratte (1). Io non lo credo. Le idee astratte pur troppo si formano senza bisogno di segni, quando le reminiscenze d'impressioni simili si moltiplichino così che non si possano distinguere le circostanze di tempo e di luogo proprie d'ogni volta che si subì quella impressione: il segno vi è affatto indifferente. Il segno è piuttosto un rappresentante di queste astrazioni già successe.

Il Fusinieri attribuì ai segni la *formazione delle idee:* quindi seguitò come gli altri a parlare di *comunicazione d'idee,* del qual beneficio dà la benemerenza ai segni (2), e dice che senza simboli non si ottengono idee singolari (3). Il segno nel servigio ideologico non fa se non sollevarci dall'obbligo di tenere a mente tante serie: fa come, se avendo noi molti oggetti di nostra proprietà, invece di portarli indosso, andiamo deponendoli qua e là in luoghi sicuri, pel qual atto, se anche nel momento stesso ce ne priviamo, abbiamo la confidenza di poterli riavere ogni volta che ci piaccia: fa come, scambiando una quantità di moneta piccola, il cui peso ci molesta, contro una moneta grossa che equivalga alla somma di quella, onde possiamo contare con questa assai più lestamente quel qualunque numero che si abbia, p. es. invece di contare due mila centesimi, pongo un pezzo da venti franchi e così via. I segni pertanto potranno riprodurre alla mente ciò che già si è esperito, ma formare le idee giammai. Se p. es. uno ha nel suo giardino un numero dato di piante, e, di mano in mano che passa per quelle, mette nella sua borsa un sassolino per poi a suo agio a casa sua contare questi sassolini e quindi differire fino a quel momento la nozione della somma di queste piante; questi sassolini hanno formato l'idea astratta di questa somma? no! furono le piante, e avrebbe potuto sapere quante erano nell'atto stesso in cui passava per quelle: egli coi sassolini non fece se non sostituire all'attualità delle sensazioni un lavoro di reminiscenza basata sull'analogia; poichè sapeva che ogni sassolino corrispondeva ad una pianta, poteva risparmiarsi la sensazione ottica, cioè di osservare ogni pianta, considerando dopo tutti i sassolini come il primo che appunto aveva sostituito alla comprensione ottica della pianta; e senza differire il computo, avrebbe potuto immediatamente nel luogo tenere a mente le piante una per una. Che se non fosse andato egli stesso nel giardino e uno gli avesse dato quella borsa di sassolini dicendogli senz'altro contate, egli non avrebbe mai saputo che si tratta di piante, nè i sassolini gli

(1) Fusinieri Infl. dei Segni ec. p. 16.

(2) « Simboli vocali o scritti servono di comunicazione fra gli uomini delle loro idee e col mezzo dei loro valori virtuali » (p. 21).

(3) ivi p. 20.

avrebbero rappresentato l'aspetto, il posto ec. di quelle. Il segno può essere necessario alle idee in quanto per questo s'intenda un fatto oggettivo che dia una sensazione simile ad altra già provata, per cui queste idee (cioè reminiscenze) si destino, non mai perchè si formino. Il segno è un mezzo che determina e coadjuva i lavori della mente, ma i lavori mentali sono processi proprii di essa. Il Fusinieri dice che col mezzo dei segni « si può rendere esatte tutte le scienze ed estendere senza limite le umane cognizioni » conclusione dedotta da nozione falsa del modo d'agire del segno: *rendere esatte tutte le scienze* il segno non lo può, se le scienze stesse non constino già di nozioni precise; e meno può *estendere senza limite le umane cognizioni:* il segno non potrà mai far trovare le forme dei corpi che possono esistere: tutta la matematica non sarebbe stata capace di far sapere che esistevano gli esseri paleontologici.

Fusinieri (¹), dietro quella maniera di considerare i segni, aveva concluso: « È dunque dalla perfezione dei segni e dall'invenzione dell'arte caratteristica (cifre, numeri, disegni ec. come in matematica) che si deve attendere la possibile perfezione dello spirito umano ». Io credo che la perfezione da lui intesa non possa dipendere dalla maniera di far succedere le reminiscenze (ciò che appunto si determina dai segni) ma sì che occorre la cognizione originaria che si ottiene coi sensi, cognizione che non può mai oltrepassare i rapporti dell'essere senziente, quindi mai assoluta. Tra le varie categorie di segni, siccome i più ovvii, e di cui quindi provasi continuamente l'utilità, sono i prodotti fonetici, si considerarono con prevenzioni in onta alla loro natura. La costituzione delle lingue già sviluppate e che passarono per molte generazioni, abbarbaglia così la mente umana che non abbia pazienza e si ostini a non voler investigare le cagioni, che pare che sieno fatte a priori dietro teorie providenti a cui si allineino: la moltiplicità dei fatti analoghi, che si trovano in tanto maggior copia quanto più le lingue sono adulte avvalora questa illusione. Ma tutto ciò succede per l'abitudine dell'orecchio, e della pronuncia delle generazioni che sopravvennero all'esistenza di date forme, che in origine si produssero contingentemente. Per avvertire che tutta questa coordinazione, dove sembrano appajate costantemente forme e rappresentanze ideologiche, è un prodotto di contingenze, e non di piano a priori, basta tener conto delle eccezioni: e infatto appunto per l'incostanza di questi ordini, è impossibile colla grammatica imparare le lingue, e la prova si può fare ad ogni momento colla lingua greca. Da quel falso concetto, od anche da prevenzioni ancora più ingenue, l'idolatria di dati sistemi di segni fonetici. Tale è per tutte le maniere di studio delle parole che fa il monopolio degli umanisti veneratori di queste piuttosto che di queste altre: come se questi segni fonetici fossero fatture artistiche; ma gli oggetti d'arte, statue, dipinti ec. furono fatti esplici-

(¹) Mem. cit. p. 32.

tamente con istudio: la parola è un prodotto della necessità d'incontri avvenuti fra gli uomini, senza che alcuno avesse intenzione di fare una cosa bella. Il pregiudizio arriva a falsare il rapporto tra l'intelletto e questi suoi mezzi: si preterisce la capacità intellettuale degli alunni, per farli plagiarii dei modi di dire di questo e di quel tempo od autore, secondo l'avvezzamento del pedagogo: quindi il divieto di adoperare altre parole che non sieno nei testi di lingua: disciplina ch'è una vera spilorceria di cose che non costano nè danari nè fatica: mi pare di sentire quel contadino di Preneste il quale, interrogato perchè dicesse *rhabonem* invece di *arrhabonem,* risponde « *ar* lucri facio » (1).

Fallacie della mente occasionate dai segni.

Perciò che il segno è intermedio tra la presenza oggettiva e i nostri atteggiamenti soggettivi, accade che noi per una parte lo confondiamo coll'oggettività, e per l'altra colla nostra coscienza, con ciò che succede nel *me.*

Scambio del segno colla entità oggettiva.

Questo sbaglio di prendere il segno per la cosa succede anche alle persone che fanno continuo esercizio dell'intelletto, agli scienziati. Così sorprendiamo la confusione dei simboli numerici colla esistenza assoluta. Leibnitz sosteneva essere gran simbolo e prova della creazione ex nihilo, il sistema binario che con l'unità, lo zero e il valore di posizione può esprimere tutti i numeri immaginarii (2). Dove quindi faceva gli accidenti dei segni (3) solidarii coll'entità oggettiva. E così la confusione dei segni grafici coi suoni articolati cui si riferiscono: Leibnitz stesso nella sua *Arte combinatoria* computò le combinazioni possibili dei ventiquattro suoni dell'alfabeto (ch'egli prese allora per tutti gli elementari possibili) e ne ottenne un numero che sorpassa il quadrillione (4). Qui Leibnitz ha preso i segni grafici, pei suoni stessi. I segni sì dei suoni potranno combinarsi così; ma non i suoni stessi che dipendono da gesti dell'apparato articolatore, molti dei quali non possono succedersi immediatamente l'uno all'altro p. es. è impossibile di far succedere cinque o sei consonanti, senza delle vocali tra l'una e l'altra.

Altro esempio di sbaglio tra i segni grafici e i suoni da essi indicati. Nei modi imperfetti della scrittura di certe nazioni, come dei Francesi, e degli Inglesi, avviene che le stesse maniere grafiche rappresentino secondo le varie circostanze

(1) Plauto Truculentus. A. III. Sc. II. v. 22.

(2) Cantor. p. 268. Henri Martin. Diario di Sc. Matematiche. Roma 1864.

(3) Lo zero non fa se non segnare un rapporto delle altre cifre, non corrisponde ad alcuna realtà esistente.

(4) Adeluug Mithridates I. XV.

suoni o successioni di suoni articolati diversi: sicchè p. es. due desinenze uguali nello scritto si pronunciano l'una in una maniera diversa dall'altra. In questi casi le due desinenze si considerano come rimanti insieme (rimes pour les yeux): mentre in fatto pronunciate non si somigliano per nulla. È evidente che i caratteri non sono la parola, ma sì una rappresentanza ottica che serve a richiamare la reminiscenza dei suoni che costituiscono davvero la parola. Il prendere quindi due serie di suoni diversi per due rime è una goffa fallacia che può essere smentita dall'uomo più semplice: da un difetto della rappresentanza, si vorrebbe costringere ad essere la realtà come non è.

Per questa confusione del segno con ciò cui si riferisce, quando esista un dato segno in uso attuale che fosse usato anticamente, si può errare credendo che abbia avuto sempre la stessa rappresentanza. P. es. ho sentito sostenersi che perciò che देव *deva* (sansc.) passò nelle lingue nostre e restò dopo il cristianesimo, sia rimasta la nozione che quella parola aveva. La persistenza d'uso d'una parola non è prova della persistenza delle idee che con quella s'intendevano: dunque *papier* (fr.) *Papier* (ted.) *paper* (ingl.) *papel* (sp.) vogliono dire che noi usiamo per iscrivere la canna *papiro* d'Egitto? La nostra fallacia di prendere il segno per la cosa stessa è un effetto dell'associazione, perchè ogni volta che ci fu presentato il segno succedeva tale o tale entità, oggettiva, quando il segno era uno degli elementi stessi entranti in quella entità; e soggettiva, quando, sottratta tutta la concomitanza, era capace di farla ricordare. La moltitudine poi crede i segni integranti colle cose. Questa debolezza della mente appare nella stima che si fa di certi oggetti che fecero parte di fatti contingenti riusciti poi famosi, p. es. del cappello di Gustavo Adolfo conservato a Vienna, ed ora della posata e della salvietta di Napoleone dimenticata da lui a Wachau, dopo la battaglia di Lipsia (¹). Che altro momento possono avere tali oggetti nell'entità, se non di essere capaci di far ricordare quei fatti? Ma più: si crede che i segni sieno efficaci come agenti per loro stessi direttamente sulle cose; sicchè è un anacronismo nell'apprezzamento della loro natura. P. es. ai tempi degli imperatori Bizantini, si usava di ricevere i parti delle imperatrici sulla porpora, credendosi che questa desse diritto all'impero, d'onde il soprannome di *Porphyrogenitus* = nato nella porpora (²). La porpora non poteva certo far altro che distinguere quelli che dell'impero erano in possesso.

E i segni si usarono come equivalenti alle azioni che essi indicavano. Maometto alla battaglia di Bedr (³) e alla battaglia di Honein slancia contro i nemici

(¹) Inbelfeyer zu Leipzig Ottobre 1863, festa che si fa ogni cinque anni. Allg. Zeit. 19 October 1863 ec.

(²) Costantino Porfirogenito. (³) Corano Sur. III, 119 e VIII. 9.

un pugno di sabbia, con che quelli fuggirono ([1]): il cominciamento d'un'azione indicante un atto capace di offuscare la vista d'una persona si prende come se l'azione fosse stata eseguita sopra ogni singolo individuo: questo sarebbe riuscito se la polvere fosse andata negli occhi d'ogni singolo combattente nell'oste. Perciò le parole, che sono segni, si credettero efficaci a dare gli effetti che si avevano in mente. Presso gli Ebrei, alcune parole sanavano, e facevano morire; e le parole si usavano per medicina p. es. l'Abracadabra ec.: in arabo آية *aiat*, segno, versetto del Corano, vuol dire anche miracolo, azione, fatto prodigioso. La benedizione del padre sui figli s'intendeva come efficiente gli eventi futuri in realtà al figlio nel senso che importava, anche se pronunciata imprudentemente ([2]). La benedizione in ebraico ברכה *berachà* dà tutti i beni, è quella che fa tutto ([3]): per riscontro מגערת *mignh'èred* è pure sinonimo di estrema rovina ([4]). E in latino *fatum* = destino non è che il participio di *for faris* = ciò che si è pronunciato. Forse il senso di destino gli venne dalle sentenze pronunciate o dagli articoli delle leggi letti nelle sentenze.

Poichè alle cose, anche affatto ignote, siensi imposti dei nomi contingentemente secondo le nostre maniere di ricordare, viene un tempo in cui, dimenticato che il nome fu dato da tale e tale per tal coincidenza, si giudica dal nome che quelle cose debbano essere ed agire in dati modi giusta il significato in corso del nome: così l'astrologia traeva gli oroscopi dal nome dei segni del zodiaco; p. es. *Vergine* « chi nasce sotto questo segno zodiacale, sarà casto » *Libra* « chi nasce sotto questo segno, sarà giusto ec. ([5]) ». Ora *Vergine* si disse quel segno perchè, per ricordare quella costellazione all'apparir della quale sull'orizzonte si faceva la messe, disegnavasi una ragazza mietitrice: *Libra* si disse paragonando ad una bilancia in bilico il punto astronomico in cui tanto è il tempo del giorno, come quello della notte « Libra dies noctisque pares ubi fecerit horas ».

I Guelung presso i Calmucchi fanno tanto solidarii i nomi colle cose che indicano, che per mezzo curativo usano di cangiar nome all'ammalato, come se, cambiato il nome, si cangiasse la persona. In una scena di Plauto ([6]), si

([1]) Corano Sur. IX, 25. Comment.

([2]) Storia di Giacobbe che si finge Esaù e riceve da Isacco la benedizione che questi intendeva di dare ad Esaù. Genesi c. XXVII.

([3]) Deuter. XXVIII. 8. Dio comanderà alla *benedizione* che sia teco nei tuoi granaj e in tutto ciò a che metterai la mano. La stessa parola (ebr.) ברך *baràch* = benedire, in arabo vuol dire = versare una pioggia dirotta, ch'è ciò che più si desidera in quei climi, dove la siccità è la causa della carestia.

([4]) Deuter. XXVIII, 20 = exitium.

([5]) Petron. Satyricon c. XXXIX spiegazione data da quello che aveva convitato i commensali, Trimalcione.

([6]) Trinummus A. IV. Sc. II. v. 64.

sorprende questa confusione del nome colla persona che lo portava. Poichè il Sicofanta Pax non sa dire il nome di colui ch' egli diceva essere suo amico e avergli dato la commissione, di cui dicevasi incaricato, e dice « devoravi *nomen* imprudens modo » il suo interlocutore dice « Non placet qui *amicos* intra dentes conclusos habet » cioè facendo equivalere il nome di quel tale alla persona di quello. E così v. 76 poichè tra i nomi suggeriti dall' interlocutore, il Sicofanta trova quello che cercava, dice « Hem! istic erit, qui istum dî perdant » cioè impreca contro lui (assente), perch' egli non si era ricordato il suo nome. E ancora, sempre con questo scambio del segno (cioè del nome proprio) colla persona, poichè l' interlocutore lo corregge di quella sua imprecazione « dixi ego jamdudum tibi, Te potius bene dicere aequum st homini amico, quam male » il Sicofanta seguita « Satin' intra labra atque dentes latuit vir minimi pretii? » onde l' interlocutore da capo continua a correggerlo. « Ne male loquare absenti amico » il Sicofanta rende ragione dicendo « quid ergo ille ignavissimus Mihi latitabat? ». Cioè dando colpa della propria dimenticanza, alla persona assente di cui aveva dimenticato il nome: dunque prendendo il segno (nome) per la persona (da nominarsi) e lo stato soggettivo della propria mente (cioè la dimenticanza) per l' oggetto (la persona), quasi fosse essa che non voleva comparirgli. Vi saranno di quelli a cui queste analisi degli scherzi d' un comico parranno incompetenti nello studio dei processi dell' intelletto umano; ma il comico era inteso dal popolo: questo simpatizzava coi personaggi che ragionavano così, perchè ragionava come sentiva di ragionare esso stesso. E questi momenti entrano nell' umana mente spessissimo con falso rapporto della realtà. Che se si possa definire il lor numero fra tutte le varianti, si troveranno gli elementi semplici ed eterni che, aggiunti gli uni sugli altri e intrecciati, fanno tutto il magazzeno di falso e di vero ch' è nella mente dei singoli individui e nelle biblioteche.

In assoluto poi la parola fu concepita dai mistici come identica colla realtà universale: il λόγος, *Verbum,* dei Cristiani; كلام الله *kelam ulláh* = parola di Dio, degli Arabi, Corano non creato, coevo, coeterno con Dio (1).

Quello che avvenne alle parole fu poi trasferito ai loro elementi, le lettere, quando si ebbe un alfabeto: sicchè i segni grafici elementari distribuiti collocati in certe maniere dovevano far arrivare alla conoscenza delle cose: così è costituita tutta la Cabbala (2). Nel Zoar le lettere dell' alfabeto si presentano a Dio, ognuna per persuaderlo a prendere se stessa per creare il mondo. Ora qui si

(1) Trad. Fr. Corano XXXI.

(2) Cabbala קבלה doctrina oretenus tradita, et specialius scientia illa abstrusior, quam rabbini in Mosis et Prophetarum libris investigant per litterarum et syllabarum, praesertim nominum Dei, numerum, collationem, et transpositionem; unde nascitur, si eis fides, rerum arcanarum multiplex cognitio (Du Cange v. c.).

tratta di segni di segni, perchè le lettere non si riferiscono già alle cose, ma alle parole, che fanno da segni delle cose.

Le virtù che si attribuivano alle parole intere passarono quindi anche alle loro abbreviazioni, fino alle loro iniziali. A Napoli i frati di S. Severino e Sosio distribuiscono per preservativo dai mali le iniziali della formula

« In conceptione tua Virgo immaculata fuisti,
Ora pro nobis patrem cujus filium peperisti »

che sono appunto

I. C. T. V. I. F. O. P. N. P. C. F. P.

impresse in carte, delle quali chi vuole approfittare per salvarsi da qualche disgrazia o guarire da qualche male, taglia una riga e poi inghiottisce in una cucchiajata d'acqua, o di minestra, o con un boccone di pane, come si usa delle pillole (1).

L'efficacia dei segni secondo la fede delle nazioni vince le leggi della natura: così p. es. il segno del Tau o della croce, ch'era già di Serapide e di Harpocrate, che i Greci presero dall'Egitto e comunicarono, dopo l'era volgare, ai varii popoli; libera da ogni male ec. Eppure quella croce altro non era che la figura rappresentante il fatto astronomico della sezione equinoziale fatta dalle due linee dell'equatore e dell'eclittica (2), come resta palesato dalla lingua araba che chiama quel punto صليب الفلك *salib ul felek* = croce del cielo (3). Su questa via l'istinto di feticismo presceglie più spesso i segni che non la realtà stessa: l'idolatria in fatto non si riferisce se non a segni, statue, pitture ec.

Scambio della propria soggettività col segno: si crede essere nel segno e da quello importarsi in noi, ciò che si svolge entro di noi all'occasione di percepire il segno.

Questa fallacia si sorprende nei casi in cui i segni riferiti ad un sensorio si credono contenere una entità, che si riferisce ad un altro sensorio. Un tale, poichè assistè alle mie lezioni sulla storia dell'origine e dello sviluppo dell'alfabeto, mi domandò la ragione del suono proprio a ciascun carattere; credeva che nella scrittura fosse la ragione del suono, cioè che un fatto che dava un'impressione ottica avesse in sè un'entità acustica; credeva che nella figura stessa fosse

(1) Così fanno le donne per guarire i loro bimbi ammalati. I camorristi hanno sempre indosso di questi amuleti (Torino Gazz. del Popolo 17 Marzo 1865. Camorristi e Frati).

(2) Dupuis Orig. III. 917. Note, e in altra ediz. V. Nota *n n* p. 576.

(3) Anche i Cumani presso al Perù in vicinanza al mare si facevano il segno della croce contro le apparizioni dei demonii, e mettevano la croce addosso ai loro figli appena erano nati. Gomara cit. da Romagnosi Antichità Messic. Op. T. II. P. I, p. 723.

il suono, che noi lo cavassimo dalla figura. Nè valsi a farlo persuaso, che questo è impossibile; che siamo noi, che, al vedere quelle figure, ricordiamo i nomi che contemporaneamente e paralellamente al mostrarci quelle figure ci furono fatti sentire e fummo ammaestrati a ripetere: andò via indispettito, attribuendo a me l'incapacità di spiegare il fatto, secondo il suo concetto, che consisteva in una confusione dell'oggettività, che gli dava nell'atto delle impressioni ottiche, colle reminiscenze acustiche che da quelle impressioni ottiche gli si suscitavano (1).

Per questa via, come al segno riferito ad un atrio sensorio si attribuisce una entità riferibile soltanto ad un atrio sensorio eterogeneo, si credono esistere nel segno le condizioni d'azione sensoriale riferibili a tutti i sensorii ed al nostro centro sensibile percipiente. Il fatto è rivelato dalla determinazione di quel Turco analfabeto che, andato nella bottega d'un ottico per comprarsi degli occhiali, non trovava mai quelli che gli accomodassero, perchè si aspettava di trovarne un pajo che, posti dinanzi gli occhi, gli comunicassero quello ch' era scritto sui libri, cioè gli dicessero per gli occhi le parole, e i concetti, che, se avesse saputo leggere, egli avrebbe di mano in mano ricordato dietro la vista di quei caratteri. Ma e il concetto che si fa la massima parte degli uomini dell'entità dei caratteri, cioè dei segni grafici, implica pure la confusione dei segni colla reminiscenza che da quelli si suscitano. L'efficacia dei caratteri fatta palese dalla comprensione, che per mezzo di quelli si effettua in tali che sanno leggere, riempie di meraviglia, perciò che pajono introdurre essi i concetti, cioè appunto si prende il segno come se fosse esso l'entità primitiva assoluta, mentre, nella sua efficacia come segno, è sempre dipendente e relativo alle conoscenze già esistenti in quello che legge. La meraviglia tanto più è grande in quelli che non sanno leggere, vedendo l'effetto che lo scritto fa su quelli che sanno leggere. In fatto cos' ha da pensare l'idiota, che sente dietro la lettura d'una carta pronunciare le parole che un altro aveva detto a centinaja di miglia di distanza, e poi vede agire secondo la volontà di quello che l'ha mandata? non può altrimenti, se non pensare che la carta parli. Questo concetto deve far giudicare esservi una causa portentosa: perciò i Negri tengono le carte scritte per talismani, e, quando possono arrivare ad averne, come tali le portano indosso. Perciò troviamo nel Corano parlarsi sempre di *libro* conservato in cielo, donde si regolano poi tutte le cose (2). Dove si iscri-

(1) Napoli 1862. Quegli che mi fece quest' interrogazione non era un idiota; insegnava umane lettere.

(2) Chiamasi *zebúr* = libro dei decreti misteriosi: lo stesso nome che danno al libro dei salmi. Chiamasi anche *Ellevh ul — mahfuz* = le tavolette misteriose. Corano Sur. III, v. 139 « Libro che contiene i decreti di Dio, che fissa il termine della vita » Sur. XVII. 60 « sta scritto nel libro di Dio che, prima del giorno della risurrezione, distruggerà tutte le città (peccanti) » Sur. LVII. v. 32 « Nessuna calamità viene sulla terra che non sia stata scritta nel libro prima della creazione ».

vono tutte le azioni di ciascuno (1) e che la cognizione è nel libro che è nel cielo (2); che anzi l'eccellenza di Dio sta nell'interpretare il libro (3); Dio ha dato a Maometto un libro che contiene la spiegazione d'ogni cosa (4). Quindi Dio insegna il libro (a Gesù) (5). Quindi in cielo è il prototipo del Corano in un libro conservato da Dio (6). Quindi in cielo v'è una cancelleria d'angeli occupati a copiare dietro la tavola del prototipo (7). Quindi Dio fa discendere dal cielo i libri, nei quali è la sua

(1) Corano Sur. XLIV. v. 80 « Dio dice che sa tutti i secreti degli uomini, perchè tiene i suoi inviati in mezzo di loro che mettono tutto in iscritto » Sur. XXI. 22 « Dio mette in iscritto le buone opere dei credenti ». Sur. XLV. 27, 28 « Dio scrive nel suo libro le azioni di tutti ». Sur. IV. v. 89 « Dio mette in iscritto le macchinazioni (degli empii). Sur. XVIII. 14 « Dio mostrerà agli uomini nel giorno della risurrezione un libro aperto, 15 gli dirà — basta ora che tu oggi legga e faccia il tuo conto ». Sur. XXIII. 64 « Presso Dio è il libro che dice il vero ». C. XXXVI. 3 « Prototipo evidente o libro evidente, o la tavola ben custodita in cui sono iscritte le azioni degli uomini ». Sur. XXXIV. 3 « tutto è consegnato in quello ». Sur. XVIII. 47 « Nel giorno del giudizio universale, il libro in cui sono iscritte le azioni di ciascuno sarà nelle mani di Dio ». Sur. XXI. 94 « Dio mette in iscritto le buone opere » Sur. XLIV. 27 « Dio mette in iscritto tutto ciò che gli uomini fanno ». Sur. LXXXIII. v. 7. *siggin* libro dove si scrivono le azioni degli uomini v. 18 *'illiun* libro dove si iscrivono le azioni degli uomini e sito elevato presso il trono di Dio » (7° cielo, Dict. Turc.) v. 21 « quelli che sono presso il Signore sono testimonii di ciò che si scrive nel libro delle azioni degli uomini ». Sur. XXII. 69 « Tutto è registrato nel libro ch'è nel cielo ». Sur. XLIII. v. 80 « S'immaginano essi (è Dio che parla) che noi non conosciamo i loro secreti, le parole che si dicono all'orecchio! Sì, i nostri inviati che sono in mezzo di loro mettono tutto in iscritto ». Lo stesso concetto facevansi pure i Greci, come si vede nel Prologo della Rudens di Plauto v. 21.

« Iuppiter (dice l'astro Arturo)
Is nos per gentes alium alia disparat,
Hominum qui acta, mores, pietatem et fidem
Noscamus; ut quemque adjuvet opulentia:
Qui falsas lites falsis testimoniis
Petunt; quique in jure abjurant pecuniam,
Eorum referimus *nomina exscripta* ad Iovem:
Bonos in aliis tabulis exscriptos habet ».

(2) Sur. XX, v. 54 e Sur. LXIX, 47 « Hanno essi la conoscenza delle cose nascoste e la trascrivono dal libro di Dio? »

(3) Sur. III. v. 8 « Dio manda il libro: in questo sono dei versetti metaforici: molti ne disputano, ma Dio solo ne sa l'interpretazione ».

(4) Sur. XVI, 9.

(5) Sur. III, v. 43.

(6) Sur. LVI. v. 77 e Sur. XIII. v. 39 nominasi questo libro *ommo' l kitàb* = la madre del libro. Sta presso Dio, Surate XIII. 29.

(7) Sur. LXXX. 15.

volontà, il Pentateuco, l'Evangelo, il Corano ([1]). Ad ogni epoca il suo libro ([2]). Quindi nessuno degli inviati da Dio è senza libro. Dio dice a Giovanni Battista « prendi questo libro (il Pentateuco) ([3]) » e Gesù appena nato dice alla famiglia di sua madre « io sono il servo di Dio: egli mi ha dato il libro (e la profezia) ([4]) ». Perciò fra le altre condizioni, che quelli che non credevano a Maometto gl'imponevano per ridursi alla fede, avvi « che faccia discendere dal cielo un libro che tutti possano leggere ([5]) ». Quindi gli inviati di Dio non hanno se non da leggere e spiegare questo libro ([6]). In Daniel VII 10, il vecchio dei giorni (Dio) siede a giudicio e « *si aprono i libri* »; e il sapiente della China, Fohi, vede le leggi che poi dà al suo popolo scritte sul dorso di un serpente alato. In somma in tutto ciò che si riferisce all'intelletto, si esigono sempre dei caratteri egli è in essi che si concepisce stare l'essenza delle cognizioni, mentre in fatto non sono se non un mezzo di suscitare le ricordanze di ciò che già è passato per la mente di quello che legge. E nelle leggende parlasi di caratteri scritti da mano invisibile (convito di Baldassare) nella Bibbia; e nel Corano « Dio nella distruzione di Sodoma e Gomorra piovette dal cielo dei mattoni di terra cotta segnati da lui stesso » per cui s'interpreta che ogni mattone aveva iscritto il nome di quello che doveva colpire. Di qui la venerazione dei varii popoli pei loro primi libri, che sono sempre sacri; e gli Arabi dicono *kutiba* = sta scritto, per dire cosa predestinata, fatale. Nei popoli civili, dove il concetto della scrittura non si perde nel miracolo, vige però sempre la falsa nozione che l'essenza del sapere, della scienza, sia nei libri, e che da questi (e non altrimenti) si venga ad imparare.

Questa stima è pure anche un effetto dell'associazione delle reminiscenze

([1]) Sur. VI. v. 9. Dio dice che ha mandato dall'alto il pentateuco. Così pure Sur. V. v. 48. Sur. VI. v. 155 Dio ha dato il libro a Mosè XVII. 57, Dio ha dato a David i salmi. Sur. IV. 135 « O credenti, credete in Dio e nel suo apostolo, nel libro ch'egli ha mandato e nelle Scritture discese prima di lui ». Sur. VI. 156 Dio ha fatto discendere il Corano Sur. II. v. 36, IV. 113, fa discendere sopra Maometto il libro, VII. 1. Corano disceso dall'alto a te (o Maometto), ivi 195 Dio ha fatto discendere il libro, V. 52 Dio ha inviato il libro che contiene la verità, XII. 2. Dio ha fatto discendere dal cielo il Corano in lingua araba, XIX. 97. Dio dice di avergli dato il Corano nella lingua di Maometto, VI. v. 111 Dio ha fatto discendere dal cielo il Corano parte per parte, XVIII. 1 Dio ha mandato al suo servo il libro dove non è tortuosità, Corano Surate XIII. v. 28.

([2]) Sur. XIX. 13.

([3]) ivi v. 31.

([4]) XVII. 94.

([5]) Un inviato dalla parte di Dio legge (agli Ebrei ed agli infedeli) le pagine che inchiudono la vera Scrittura Sur. XVI. 26 Dio ha inviato i suoi apostoli con miracoli o con dei libri, e un libro diede pure a Maometto perchè egli lo spiegasse ec. Sur. III. 158 « Dio manda l'apostolo per istruire gli uomini sul libro ».

([6]) Corano XI. 84.

nostre abituali, perchè l'istruzione comincia coll'insegnare a leggere (¹), e si mantiene sempre per quanto reale sia, cioè ottenuta direttamente sulle cose, coll'adoperare lettura e scrittura: il geologo, il botanico, il chimico, quantunque imparino davvero studiando sulle cose, e l'architetto, e l'artigiano che più aspira all'eccellenza, adoprano libri, e scrivono, cioè segnano, fanno segni dei loro concetti.

Conseguenza della nozione falsa del modo d'agire dei segni nella mente dell'uomo e dei segni più usati, cioè quelli della scrittura, per cui si prendono essi per l'entità della cognizione, di cui non sono se non mezzi di ricordanza, si è la disistima in cui hassi la mente di quelli che non sanno leggere; come che, perciò che non versano tra i libri, non potessero esercitare i loro sensi, che sono l'atrio vero d'ogni sapere, e non avessero la facoltà di meditare. V'ha invece tale illetterato che conserva nativa la forza intellettuale, meglio d'un bibliotecario: basti ricordare quegli idioti, giunti, senza sapere d'aritmetica, a fare dei millioni.

La facilità di viaggiare sempre più procurata, facendo che una grande quantità di persone possano vedere le cose stesse, di cui prima non era dato se non di leggere, od al più sentir parlare, farà che cessi la riverenza ai libri perchè sono libri: si accorgeranno che da quelli, per quanto sieno ben fatti, non possiamo mai formarci nozioni paragonabili a quelle che ci vengono dai sensi; ognuno avrà potuto osservare che, se prima abbia imparato come fosse un monumento od un dato luogo, poichè abbia avuto occasione di vederlo, d'esservi lì dinanzi all'oggetto che conosceva per istruzione ricevuta, avrà provato sensazioni affatto nuove, estranee a quanto si era preparato. I LIBRI non varranno, se non in quanto possano farci meditare e combinare ciò che abbiamo provato noi stessi.

VANTAGGI PORTATI DAI SEGNI.

Vantaggi dei segni, in fuori dal loro servigio di comunicazione fra uomo ed uomo.

I segni prestano somma utilità soggettivamente, riferendosi alla coscienza di quello stesso individuo che li fissa e li adopera. Il Fusinieri (Mem. cit.) dice « che i segni danno vigore di memoria agli atti dell'immaginazione » cioè possono servire, come pei fatti oggettivi, per quelli soggettivi. Egli osserva che i

(¹) In ebraico אות *od* = lettera dell'alfabeto, segno: in sanscrito उदन्त *udanta* = cognizione, notizia: in italiano, da *segno*, *insegnare*. L'istruzione sempre si portava prima di tutto sulla conoscenza dei segni, e crederei che si alludesse specificamente per questi segni ai caratteri della scrittura.

segni danno forma a tutti i giudizii singolari e generali. Infatti avviene spesso che studiandoci noi di spiegare agli altri ciò che pensiamo, dopo aver parlato, abbiamo il concetto più chiaro di prima: ci troviamo acquetati su quella comprensione nostra propria. Questo ajuto dell'espressione a rendere chiari i proprii concepimenti dà per grande quota il vantaggio che si ha nell'istruire gli altri, che, com'è noto, generalmente giova a sè stessi per imparare. Altro elemento sta nelle domande del discepolo che possono far avvertiti di altri modi di vedere, o di altri problemi nell'argomento; le quali domande, quando sono capite, non sono se non serie di segni che suscitano le nostre reminiscenze.

Dice il Fusinieri che « i segni fanno le veci delle idee generali » cioè raggruppano sotto un solo stato della coscienza tante reminiscenze: ne abbiamo l'esempio palese nella nomenclatura dei numeri complessi che rappresentano la somma, invece della serie dei componenti. I segni non solo servono a fissare le reminiscenze, ma danno occasione dopo a far succedere nel nostro intelletto altre serie di reminiscenze in altri ordini, per cui ne vengono dei risultati intellettuali nuovi. Lo scrittore nell'atto che pone sulla carta i proprii pensieri, dalla vista, o dalla lettura di ciò che ha già scritto, trae impulso al lavoro intellettuale ulteriore: tante volte noi cominciamo uno scritto, anche una semplice lettera, e ad un certo punto, non sappiamo più cosa dire: quando, rileggendo quello che abbiamo già scritto, troviamo nuovi pensieri.

I segni (scrivere) servono anche a definire le nozioni che possediamo, rendendone gli elementi oggettivi, (solita necessità per definire la nostra coscienza). Io posso avere un concetto abbastanza sentito, ma non definito, circoscritto, distinto specificamente; comincio a metter giù qualche cosa sulla carta: a mano a mano che ho scritto, quello che ho scritto, e su cui riposo (nella sicurezza che non vada perduto) mi giova allo svolgimento d'altri elementi, pei quali si era costituita la coscienza di questo vago concetto, finchè arrivo a forza di scrivere, colle espressioni stesse usate a rendere perspicuo, definito il concetto dinanzi alla mia coscienza, che pure certo vi versava potentemente.

Lo scrivere di più giova tante volte a sviluppare delle serie nostre ideologiche, delle deduzioni, alle quali, senza mettere in iscritto di mano in mano ciò che ci si volge nella mente, non arriveressimo. In questo caso la scrittura delle parole corrisponde nell'effetto alle note numeriche ed algebriche poste sulla carta, le quali dopo date disposizioni ci fanno sapere, ci danno dei responsi indubitati su quello che cercavamo, e di cui avevamo per altro in noi stessi gli elementi, p. es. il risultato di una somma. Avviene precisamente che nel mettere giù le parole, od anche nel pronunciarle, si riesce ad un risultato in qualche parte nuovo, come nei processi matematici. Gli è che la mente non può tenere in un dato spazio di tempo un dato numero di reminiscenze compresenti, e che perciò le giova di liberarsi di alcune di queste, sostituendovi un mezzo sensibile, il segno

scritto, il quale può risuscitarle, quando si voglia, a piccole partizioni. Questa capacità poi di tenere un numero maggiore o minore di reminiscenze compresenti varia nei diversi individui: mentre i più, per fare una breve somma, hanno bisogno di distenderne i dati sulla carta, vi sono altri che fanno computi lunghissimi a memoria: ed esempii di questi abbiamo negli illetterati che divennero ricchi, pei quali l' ignoranza della scrittura fece che sforzassero il travaglio mnemonico, mentre noi, per la certezza di poter fare i segni, schiviamo questa tensione cerebrale, e, per mancanza d' esercizio, avviene che non ce ne troviamo capaci.

Vantaggi delle contingenze di successione dei fatti mnemonici, determinate dalla varia disposizione dei segni.

Il Fusinieri nella Mem. citata dice che « i segni compongono tutti i ragionamenti che possono subire una costruzione analoga alla natura degli oggetti che segnano ». Questa bella definizione mostra che i segni giovano per l' ordine in cui si ponno disporre, parallelo ai fatti oggettivi e soggettivi dei quali facciamo studio, o parallelamente alla direzione del nostro scopo: che essi servono per fissare i nostri accorgimenti, così da non perderli: cioè sollevano la mente dallo sforzo di tener compresenti e svolgibili in tali ordini definiti le sue reminiscenze che l' interessano in dati esami. La sola trasposizione dei segni, la loro collocazione diversa, come si farebbe in un giuoco di solitario, dando opportunità contingenti di nuove combinazioni, serve di stimolo a ritmi diversi di reminiscenze e quindi di accorgimenti. P. es. ponendo una nota vicina ad un dato concetto in un fascicolo, piuttosto che lasciata in fascio con tante altre: sicchè nella trasposizione d' un segno o più, da un luogo all' altro, è il fatto stesso d' un avanzamento nella nozione.

Nella lettura, si può trovare espressi dei proprii pensieri che non si sapeva esprimere: e talora avviene anzi che possiamo meglio definirli a noi stessi (1). Nella maniera di successione dei segni sta l' efficacia delle cose che si odono e si leggono, costringendo la mente a far succedere le reminiscenze in quegli ordini in cui li ha disposti il parlante o scrittore: in questo modo succede l' istruzione, che pare essere cosa del tutto nuova, mentre è un prodotto della mente di quello che i segni esibiti percepisce. Colle maniere di collocazione dei segni si possono trovare certi rapporti delle cose (Matematica): che altrimenti non si sarebbe data occasione alle reminiscenze di svolgersi in quei tali ordini per riuscire a

(1) P. es. trovai in Longet Physiol. I. bis p. 220 « sensations consécutives » espressione che mi serve benissimo a nominare la persistenza delle sensazioni, dopo sottratta la causa oggettiva.

questo. Si consideri che i computi che noi facciamo colle cifre arabiche si cominciano da destra e progrediscono verso sinistra, cioè si fanno secondo il metodo di lettura dei popoli semitici; eppure i numeri stessi si scrivono da sinistra a destra: ciò che avvenne perchè gli Arabi li ricevettero da popoli che scrivevano da sinistra a destra (¹), e li lessero poi secondo erano soliti a leggere la propria scrittura: e noi che li abbiamo avuti dagli Arabi facciamo i conti come ci hanno insegnato essi, cioè leggendo alla semitica. Questo processo, dando il comodo di riportare i risultati di somma e di sottrazione che superano il rango dei numeri d'una linea nella linea successiva a cui sono omogenei, fu il mezzo più utile alla speditezza dei calcoli. Allora il progresso dell'aritmetica sarebbe dovuto a questa contingenza di passaggio delle cifre da un popolo che leggeva da sinistra a destra, agli Arabi che leggono da destra a sinistra. Così si vede come, per un accidente di passaggio dei segni dalla loro disposizione ad una inversa, possano acquistare un servigio diverso ed una utilità assai maggiore della loro originaria.

Non solo la combinazione dei segni, ma la loro segregazione stessa è un momento di somma importanza pel travaglio soggettivo: il poter staccare il segno d'un dato fatto dalla serie in cui trovasi, giova a sciogliere secondo gli speciali interessi il concetto ed a definirlo. Perciò tanto più si potrà giovarsi di questa segregazione, quanto più il mezzo sia pronto: si consideri perciò di quanto questo mezzo siasi agevolato, dal tempo in cui i caratteri si scolpivano sulle pietre, sulle tavole, poi s'incidevano sugli strati di cera, all'uso invece della tinta sulle membrane, sulle foglie, ed ora sulla carta. Il cangiamento d'un sistema di segni con altro ha pure un influsso nel procedimento delle cognizioni. P. es. la lettura di opere scientifiche, anzi che nella nostra lingua, in un'altra meno affine, come per noi la tedesca, è un fattore nella maniera diversa di esprimere, nella sintassi ec., per cui il concetto non si presenta affatto uguale come si presenterebbe nella nostra lingua. Ora può avvenire che questa varietà determini delle combinazioni intellettuali diverse da quelle cui siamo abituati, in corrispondenza alle nostre maniere d'espressione: può succedere la manifestazione del concetto in una continuità meno intermittente.

(¹) Forse dagli Indiani, ma forse meglio da popoli di lingua greca, perchè certo molte di quelle cifre dette arabiche sono lettere dell'alfabeto greco. Si riporta il verso di Sacrobosco

« Talibus Indorum fruimur bis quinque figuris »,

e le cifre arabiche somigliano pure alle sanscrite che servono per numeri; ma potrebbe darsi che anche gli Indiani le avessero avute direttamente od indirettamente dai Greci. Fatto è che sono diverse dalle lettere che servono per iscrivere le parole, il che mostra una diversa origine, e certo esotica; perchè le lettere della scrittura hanno sempre servito, tanto pei suoni costituenti le parole, come pei numeri.

Utilità dei segni nel futuro.

Un segno qualunque, perchè tale sia, ha sempre origine dal passato ed a quello si riferisce. Ma una volta che i rapporti dei segni sieno fissati parallelamente a certi fatti, per rappresentare i quali si prendono, le coordinazioni consecutive derivate necessariamente dalla prima posizione dei segni devono fare indovinare altri rapporti. Così le cifre numeriche poste in quelle tali maniere fanno scoprire i fatti della sottrazione, e dell'addizione ec., che, senza di quelle, a memoria non si sarebbero potuti protrarre così da far calcoli esattissimi. E tutte le invenzioni matematiche succedono per coercimento di segni in date coordinazioni p. es. la scoperta dell'estrazione cubica dall'esame dello sviluppo del cubo d'un binomio, quale fece Fibonacci da Pisa (1). In questo modo col mezzo dei segni si può arrivare alla scoperta della realtà e dei possibili, ma sempre di rapporto, mai assolutamente. Egli è vero che in matematica si danno segni alle incognite; ma in questo caso il segno rappresenta in fatto uno stato soggettivo, la curiosità, il dubbio nella circostanza data: e si arriva poi a cangiare quel segno in una nozione, col mezzo degli altri segni che rappresentano le cognite: se non si lavorasse che sopra segni d'incognite, non si riuscirebbe a nulla.

Avviene pure che per mezzo del segno di una data cosa a noi ignota andiamo a riconoscerla e ad aver rapporti con quella. P. es. il numero civico datovi d'una casa di una contrada, dove non siete mai stato, fa che con sicurezza poi la riconosciate per quella: l'indirizzo d'una persona che non conoscete vi fa presentare a lei, o vi fa anche trattare con lei senza mai vederla; ma il numero civico, e il nome della persona erano già riferiti prima a questi soggetti esistenti. Da questo servigio del segno nel futuro non si può dedurre che fosse possibile stabilire a priori un sistema di segni che potesse servire dappertutto e sempre tra gli uomini, ciò che pensano quelli che si propongono di istituire una lingua universale. Qui non si tratta di scoprire rapporti ulteriori ad altri già noti, nè di arrivare alla conoscenza delle cose per mezzo dei segni già loro dati, che a quelle ci guidino: per istituire una lingua universale, bisognerebbe avere l'onniscienza di tutto ciò che sarà per succedere in modo che abbia rapporti cogli uomini.

La sostituzione dei segni alla realtà può riuscire di maggior vantaggio pel progresso delle nozioni, che non la presenza della realtà stessa. Egli è perchè nelle nostre ricerche può interessare solo una delle condizioni connate nella realtà, p. es. il peso, l'estensione, la figura ec. Ora coi segni noi possiamo tendere

(1) Politecnico T. XX. fasc. XCI. pag. 22.

costantemente a questo nostro proposito segregato da tutte le altre condizioni coesistenti nella cosa in cui è il soggetto della nostra ricerca: che, se avessimo a trattare colle cose stesse, le altre condizioni oggettive, e che quindi non possono fare a meno di agire sui nostri sensi, potrebbero distrarci dallo scopo circoscritto della nostra considerazione: ci sarebbe difficile di resistere a quest' azione successiva dell' oggettività, per continuare invece nel nostro filo mnemonico, a cui sempre ci riconduce il segno: in ciò consiste la prerogativa della matematica.

Vantaggi dei segni rendendo oggettivo il tema della speculazione.

Qui sono da riferirsi i due metodi di multiplicazione chiamati dagli Indiani *vajrâbhyâsa:* = multiplicazione a zigzag = multiplicazione *per crocetta* o *per caselle* di Fra Luca Pacioli: e *shabacah* (¹) = multiplicazione a rete = multiplicazione *per gelosia* o *per craticola* di Fra Luca Pacioli, che consiste nel delineare una scacchiera rettangolare, che abbia tante fila verticali di case quante cifre vi sono nel multiplicando, e tante file orizzontali quante cifre sono nel multiplicatore: collocare ogni cifra del moltiplicando al disopra della colonna verticale dello stesso rango ed ogni cifra del multiplicatore a lato della colonna orizzontale dello stesso rango: a dividere le case per diagonali, a scrivere nell' uno dei triangoli rettangoli così formati la cifra delle unità, e nell'altro la cifra delle decine del prodotto delle due cifre che corrispondono simultaneamente ad ogni casa, ed a fare delle somme secondo le colonne oblique formate dalle diagonali:
e così la multiplicazione per *quadrilatero,*
multiplicazione per *scaletta,*
multiplicazione per *castelluccio,* che sopprime la casa, ma cominciando dal basso pone gli uni sopra gli altri i prodotti parziali del multiplicando intiero e riempie con tanti zeri i posti vuoti a destra dei prodotti superiori:

e la multiplicazione per *scacchieri* che non differisce dalla multiplicazione per *scaletta,* se non perchè traccia una casella per ogni cifra ec. (²).

Si vede che l' opportunità di variare la posizione dei numeri nell'*abaco* od *æra* (dei Romani) fece avvertire certi rapporti di calcolo: che quindi le operazioni di addizione, sottrazione multiplicazione e divisione hanno avuto origine indiretta, cioè non per mezzo dei concetti numerici, ma sì per la maniera di notarli graficamente: cioè che i processi aritmetici sono un effetto dell' uso dei segni per far ricordare i numeri. Se non avessero esistito le cifre numeriche (quelle di Boezio) e l' abaco, per cui secondo il posto dove ponevansi crescevano di potenza decimale, nessuno di questi processi formulati ora in aritmetica si sarebbe dedotto.

(¹) La parola è araba.
(²) Martin Ann. Matem. Roma T. V. p. 380.

Questi processi non ebbero un' origine speculativa, non sono invenzioni a priori, ma anzi effetti di accorgimenti, poi fissati in regola, accorgimenti determinati dalle contingenze di collocazione mutua dei segni numerici. Di qui si vede l'utilità che viene dal rendere oggettivo alla mente il suo suggetto. Le serie mnemoniche non potrebbero mai essere così lunghe, quanto occorre per arrivare all'esito d'un dato computo: a questa brevità soccorre il segno (fatto oggettivo) che di tratto in tratto ritocca dall'esterno e fa svolgere nuovi tratti delle serie mnemoniche, liberando dall'obbligo di tenere a mente quelle già svolte. Ora quel processo stesso che giova all'individuo, facendogli operare secondo le regole consuete, arriva di più a far succedere nuove combinazioni d'accorgimenti in dati intelletti, per cui si trovarono regole nuove che sempre più facilitarono l'arte che dà per esito la conoscenza dei rapporti.

Per la stessa necessità dell'azione oggettiva per determinare le azioni intellettuali, quando si sottraggano i segni, le azioni intellettuali si rendono nulle, e si perde non solo la capacità al progresso, ma ben anche la ragione di ciò che si è ereditato di avanzamento fatto dagli antichi. Così io credo che quelle formule di numerazione mnemonica per parole simboliche messe in versi (con valore decimale) che esistono nell'India fino dal V secolo [1], e che non potevano essere se non dopo che si erano trovati gli artificii aritmetici, sieno state causa dell'arresto a quel punto della matematica nell'India, e che, mentre con quelle sciolgono i problemi numerici, non sanno rendere conto del perchè; così che ora parrebbero essere state prodotte da enti di capacità infinitamente superiore agli uomini attuali.

L'esattezza dei segni nella loro corrispondenza certa, incapace di essere confusa con altre rappresentanze, assicura la conservazione delle nozioni acquistate: come nei processi matematici, definita la posizione d'un a o di un b, non ci si pensa più, e questa sicurezza serve a procedere. Così le parole nelle lingue, applicate esattamente a rappresentare le nozioni, fissate colla scrittura di mano in mano dell'avvantaggiare nella conoscenza, ci servono come i gradini che abbiamo superato in una scala, stabiliscono la nostra stazione all'ultimo punto del nostro progresso, sicchè non è possibile perdere alcun che di ciò che si è acquistato, finchè non si sciolga la continuità nell'uso dei segni da individuo a individuo: il progresso futuro si continua a questo limite estremo, anzi che a qualunque altro punto già varcato dalla nostra coscienza. Importa quindi che i segni sieno applicati precisamente, perchè dieno all'intelletto tutto il profitto possibile del tempo.

[1] Martin. A. Matem. p. Roma T. V. p. 388.

Utilità dei segni stabili.

Mentre le nostre reminiscenze non possono suscitarsi a volontà, perchè sono determinate dalle ripetizioni contingenti di qualche impressione provata, i segni stabiliti e depositati fanno sì che rendasi possibile la suscitazione delle reminiscenze in qualunque tempo: fissano nella continua successione del tempo certe cause esteriori delle nostre impressioni e quindi, per queste, la capacità di aggiunte mnemoniche: vincono quindi un fatto necessario, fatale, cioè l' intermittenza dei nostri atteggiamenti soggettivi. Così, mentr' io posso non essere capace di farmi venire in mente una data parola d' una lingua, che quindi in quel momento non esiste, ed anzi quello stato della mia coscienza ch' io cerco è impossibile, ogni volta voglia, vado a cercare nel dizionario di traduzione di quella tal lingua e questo esiste sempre, e là trovo la parola che cercava. I segni stabili dunque fissano le cause labili dei nostri stati soggettivi.

I segni di più possono tradurre la successione nel tempo in un fatto esteso nello spazio, e quindi simplificare la comprensione. Così p. es. si approfitta delle tracce lasciate sulla polvere dal piede d' un passeggero, d' un animale, di una ruota che abbia fatto quel cammino. Su questa esperienza, s' inventarono delle macchine indicatrici, come lo sfigmometro, dove appunto si traduce in una forma oggettiva, presentabile all' occhio in un istante, la successione di fatti di diastole: si imitarono i corsi dei corpi, p. es. le orbite degli astri e le vicende meteorologiche con linee che, mantenute le proporzioni col modo di quelli, segnano parallelamente tutti gli accidenti di quelle successioni nel tempo.

Utilità dei segni nei rapporti tra gli uomini.

I segni sicuri, che cioè hanno una rappresentanza definita, precisa, incontrovertibile, fanno gran parte nell' andamento del vivere sociale: alla pratica di fissare con segni dati interessi, è dovuto l' ordine e l' equità. Tutta l'amministrazione degli stati può dirsi aver progredito pei segni: la stipula fessa, una delle cui metà teneva una delle parti, e l'altra l' altra, la tesseva, la terra colta sul terreno contestato, poi i registri, i protocolli, i giornali, gl' indici, le firme, le ipoteche assicurarono le leggi, le proprietà, le transazioni: senza segni, il giudice più integerrimo sarebbe ridotto ad una sfera di attività assai circoscritta.

Nella scienza la precisione dei segni fa evitare una quantità possibile di malintesi, e quindi preserva dal perdere tutto quel tempo che passerebbe finchè si giugnesse a scoprirli. I matematici s' intendono bene, appunto per la precisione dei segni. I segni rendono più agevoli certe investigazioni: così in matematica il linguaggio algebrico rese più facili le dimostrazioni delle relazioni tra le rette,

che prima i geometri esprimevano con sole proporzioni (¹): in chimica la nomenclatura di Lavoisier aggiunse alle scoperte il trattamento scientifico.

Pei segni si stabiliscono perfino dei rapporti fra le generazioni preterite e le venture; poichè, quantunque non possa esservi reciprocazione di scambii, le une sempre esibiscono, le altre sempre ricevono, onde si può moltiplicare l'attualità di una qualunque per le altre che più non sono, in onta alla necessità, per cui la loro coesistenza in somma è impossibile.

SEGNI DANNI PER IMPERFEZIONI E PER ABUSO.

I segni, come ogni cosa venuta nell'uso dell'uomo, riuscirono di utilità, ma pure di danno, e ciò per due cagioni, l'una in essi stessi, l'altra nel modo di servirsene.

Indaghiamo le condizioni sì dell'una maniera, inerente nei segni, sia dell'altra, dipendente dal modo di usarli.

I segni per loro stessi possono essere *insufficienti,*
e pel contrario *soprabbondanti:*
possono *non fungere l'ufficio relativo alla loro rappresentanza,*
e per questa parte riuscire *inutili,*
indefiniti,
ambigui,
falsi.
Il mal uso, od abuso dei segni, può cadere nel loro *apprendimento,*
nei loro rapporti con ciò che rappresentano.

IMPERFEZIONI DEI SEGNI.

Insufficienza dei segni.

L'interpunzione non è assegnata minimamente ai bisogni di distinguere le modificazioni della parte soggettiva del sentimento e della comprensione, le gradazioni, le maniere del sentimento sono ancora da definire: la interpunzione non segna che vagamente alcuni gruppi di queste maniere: il punto interrogativo ? è promiscuo a moltissime: il punto ammirativo ! pure: la virgola poi si pone a gradi di divisione, da seguito di parole a seguito di parole, differentissime. Occorre un segno più forte tra la virgola e i due punti. P. es. quando la prima parte di una proposizione si cominci in modo dubitativo, con un *se,* il secondo membro deve

(¹) Bellavitis Ling. Univ. p. 2.

cominciare con un segno distinguente più forte. Così « perchè, se anche, com'è facile, per difetto della mia mente o per qualche prevenzione dovuta alla provincia, in cui vivo, alla scuola in cui crebbi, io m' allontanerò dal vero, ——— le objezioni di chi sia esente da questi peccati mi faranno accorto del mio errore, e potranno con me illuminare anco altri che sbagliassero ugualmente [1] ». Egli è certo che al tratto del periodo in cui ho segnato la linea, la voce prende un altro tono, vi è una sospensione assai più lunga che non nei posti segnati dalle virgole precedenti, e comincia una specie di opposizione alla parte precedente del concetto. Nella scrittura della lingua italiana gli accenti sono segnati solo nel caso che la parola polisillaba sia accentata nell' ultima sillaba; ma occorrerebbe distinguere in tutte le parole trisillabe, ed oltre, il posto dell' accento, se sulla penultima o sulla terzultima ed anche più indietro p. es.

ricordati { 2.ª p. sing. pres. imperativo,
aggettivo o participio passivo pl. maschile;

nel primo caso ha l' accento sulla terzùltima, nel secondo sulla penultima:

polizza, quantunque abbia due consonanti dopo l' *i*, che quindi per eredità dell' abitudine latina (dove *i* in questo caso sarebbe lungo) dovrebbe pronunciarsi *polízza,* si dice *pólizza*. Chi avverte il lettore degli accenti che sono qualche volta nella quartultima sillaba p. es. in « *schieratemivi?* »

Soprabbondanza dei segni. Danno dell'esistenza di molte lingue.

Dappoichè si formarono tanti sistemi di spiegarsi con mezzi fonetici, separatamente, così che chi conosce l' uno sistema non capisce l'altro, le circostanze ponno dare il bisogno di conoscerne varii, per intendere e farsi intendere tra persone appartenenti alle nazioni che usano tale e tale sistema: imparando le varie lingue pertanto, non si fa se non apprendere varie serie più o meno parallele nell' equivalenza di segni. Niente perciò s' impara della realtà: questa bisogna conoscere altronde. Ecco quanto tempo perduto per l' apprendimento originale delle cose.

Danno della moltiplicità di sistemi di segni grafici.

L' ignoranza in cui sono i più di certi *segni,* quali sono i caratteri e i modi di lettura di certe lingue, i caratteri sanscriti, zend, armeni, samaritani, siriaci, etiopici ec., l' ambiguità dell' uso di certi segni, come nella punteggiatura araba, nella scrittura siriaca, la falsa applicazione dei *segni* p. es., per l' uso dell' alfabeto latino, in molti casi della scrittura francese ed inglese, sono gran parte di

[1] Studiati. Intorno all' Ordinamento degli Studi Medico-chirurgici pag. 1.

alimento per la boria dei dotti (¹) che della chiave di queste imperfezioni fanno una scienza esoterica. Leggere, dove gli altri non vedono che dei ghiribizzi, domanda una specie d'iniziazione che segrega dal resto comune dei professori di studii; ma questo è tutto uno studio di lucro cessante e danno emergente. Se si facesse la trascrizione generale, fissando tutti i segni che occorrono per tutti i suoni dell'apparato articolatore di tutti gli uomini, e quindi di tutti quelli usati nella somma dei linguaggi che si parlano: si restituirebbe alla vita umana gran parte del tempo che di quella si suole sciupare. Basterebbe, per quelli che volessero leggere i codici antichi, fare i ragguagli di equivalenza della scrittura universale con quei caratteri usati nella lingua data, e la prima inutile barbara fatica dell'apprendimento sarebbe tolta: il primo giorno, si potrebbero imparare le parole arabe, sanscrite, chinesi e che so io, anzi che passare per la lunga preparazione imposta per poterle leggere.

Segni inutili.

Ogni cosa passata ad uso di segno può per questo suo uso continuarsi illusoriamente; non avendo rapporto con alcuna nozione suscitabile nella mente di quello a cui il segno si presenta. Così avviene di certe parole che non si sa cosa vogliano dire e che pure si parlano p. es. (*it.*) *acalico* (²) che si aggiunge ad *indaco*.

Spesse volte questo è un effetto inevitabile del moto, per cui si cangiano le contingenze delle cose, e non conoscendosi più queste alle quali i segni si riferivano, i segni restando, a nulla servono; non possono più agire come eccitatori mnemonici, e quindi non vengono capiti.

Così i nomi e i segni grafici relativi degli spiriti lene ed aspro in greco, così la distinzione delle quantità lunghe e brevi in greco ed in latino, p. es. in che il primo *a* di *mala* = i mali e il primo *a* di *mala* = le mele differiscano tra loro, sicchè là dicasi breve, e qui lungo, nessuno capisce (³).

Così le lettere che si trovano in principio dei varii capitoli del Corano (Sur. II. III.) الٓمٓ e (Sur. XXXVI) يسٓ ec. quantunque si veda che sono segni grafici, nessuno sa cosa vogliano dire.

(¹) Questo fenomeno fu ben riconosciuto dal Vico.

(²) Nessuno conosce il senso di questa parola.

(³) Muratori. Dissert. XL. Antiquit. Italic. p. 665.

« Qua olim arte, quave pulsatione vocis antiqui Graeci et Latini distinguerent verborum praecipue dissyllaborum brevitatem et longitudinem, incompertum mihi fateor. Frustra enim intenta aure nunc quaero, cur vox *Mala* sive *res malae* diversam temporis rationem habeant a *Mala* idest Poma aut Gena, quum utriusque vocis sonus idem mihi, alius autem secundum prosodiae leges habeatur ».

Altre volte non si perde già la nozione dei segni, ma l'interesse delle cose cui si riferiscono scade d'assai; p. es. ciò successe colla mitologia dei tempi d'Omero e d'Esiodo, ch'era creduta come cognizione di fatti reali, continuata poi dopo il cristianesimo dagli scrittori, specialmente di poesie, come finzione convenzionale: poi, ai nostri tempi colle leggende del cattolicismo, entranti negli scritti letterarii da Chateaubriand, Manzoni ec. fino ai nostri giorni.

Segni di cui non è definita la rappresentanza.

Di questo genere sono molte parole d'uso comunissimo e che pure certamente non rappresentano un concetto chiaro, definito, nella mente di chi le adopera, p. es. nello stile ascetico *visitare,*
edificare,
scandalezzare,
epistola *cattolica.*

Queste parole, come si usano dagli individui senza riferirsi ad una nozione distinta, così passano senza rapporti fissi con idee di generazione in generazione, e mantengono tratti di discorsi, dove si crede d'intendersi, illudendosi vicendevolmente.

Diamo ora l'origine dell'uso di quelle parole nell'ascetismo, e apparirà come pochi sieno quelli che la conoscessero, e quindi le adoperassero con cognizione del rapporto che potevano avere col discorso in cui le facevano entrare.

Visitare — Siccome quando gli Ebrei stavano sotto i Giudici, non v'erano tribunali stabili, in certi giorni il capo di dati tratti di paese *visitava* un dato sito, ed ivi giudicava le differenze [1] e puniva. Passato tutto il linguaggio di quei libri al misticismo, quella parola (פקד) *visitare* venne a voler dire = punire, e quindi affliggere ec. sul qual ultimo senso si arrestò l'uso ascetico.

Edificare — si riferiva pure dagli Ebrei all'accrescere le famiglie, come si vede in Rut c. IV. v. 11. e poi, quando il tempio era stato distrutto da Nebucadnetsar e le abitazioni, sia della capitale, sia degli altri paeselli, dopo la schiavitù erano desolate, si riferiva alla ricostruzione di questa: quindi *edificare* (בנה) la casa d'Israele si trasportò poi al cooperare in qualunque modo al bene della nazione israelitica. Questa parola pure continuando a servire nel misticismo passò a riferirsi alla celeste Gerusalemme, ed ai mezzi appunto di fabbricarla, cioè colle buone opere.

Scandalezzare — è σκανδαλίζειν (gr.) da σκάνδαλον, nome derivato da σκάζω

[1] V. p. es. I. Samuel c. VII. v. 16. I giudici appunto, per poter trasportarsi di luogo in luogo, tenevano degli asini; per cui nel C. XII. v. 14 Iudic. è detto che i figli e nipoti di Abdon, giudice d'Israele, cavalcavano sopra degli asini.

per tradurre מכשל (ebr.) *micsciòl* = inciampo, offendiculum, pietra posta in mezzo della strada che fa cadere; in italiano, in spagnuolo, in portoghese, in francese questa parola passò in un uso frequente, ma che non corrisponde ad alcun concetto. Infatti prendiamo il v. 58 del cap. XII. di S. Matteo, dove, dopo aver narrato che quelli dello stesso paese di G. C. si meravigliavano della sua sapienza, che pareva loro impossibile, poichè lo conoscevano fino da bambino e conoscevano sua madre, i suoi fratelli e le sue sorelle, dice « καὶ ἐσκανδαλίζοντο ἐν αὐτῷ » ivi ἐσκανδαλίζοντο (= inciamparono) vuol dire = ed essi (che avrebbero dovuto essere i primi a sostenerlo) furono i primi a mancargli, a mancare al suo partito, ad essergli infedeli. I traduttori dal testo greco e dal latino (et scandalizabantur in illo) restarono in questo concetto indefinito, come si vede

« Ed erano scandalezzati di lui » (Diodati)
« De sorte qu'ils se scandalisaient en lui » (Bible Française)
« Y se escandalizaban en el » (Bibl. Spagn.)
« Ed elle tomavao occasiao para se escandalizarem » (Bibl. Port.)

Pare che tutti questi traduttori intendano per *scandalezzare,* formalizzarsi (¹). Ma allora non c'è senso comune, perchè non si può formalizzarsi se non di cattivi esempii, non mai di opere buone e di prodigi. E così dove si narra che G. C. predisse che sarebbe rinnegato, non può voler dire se non che si mancherebbe alla fede. S. Matth. XXVI. 31 « Τότε λέγει αὐτοῖς ὁ Ἰησοῦς· Πάντες ὑμεῖς σκανδαλισθήσεσθε ἐν ἐμοὶ ἐν τῇ νυκτὶ ταύτῃ· γέγραπται γάρ· Πατάξω τὸν ποιμένα καὶ διασκορπισθήσεται τὰ πρόβατα τῆς ποίμνης ». = Allora disse loro Gesù: Tutti voi sarete scandalezzati in me (= mancherete alla fedeltà a me, *mi abbandonerete)* perchè sta scritto io colpirò il pastore e si *disperderanno* le pecore dell'ovile (Diodati). Onde v. 33 conseguentemente Pietro risponde « Εἰ δὲ πάντες σκανδαλισθήσονται ἐν σοί, ἐγὼ οὐδέποτε σκανδαλισθήσομαι » = avvegnachè tutti sieno scandalezzati in te, io non sarò giammai scandalezzato (cioè = se pur tutti ti mancheranno di fede, io non ti mancherò giammai) (Diodati).

E sempre nel senso di mancar di fede, perchè v. 34. Gesù dice « ἀμὴν λέγω σοι, ὅτι ἐν ταύτῃ τῇ νυκτί, πρὶν ἀλέκτορα φωνῆσαι, τρὶς ἀπαρνήσῃ με » = Eppure ti dico davvero che in questa notte, prima che il gallo canti, tu *mi rinnegherai tre volte.*

E così in ogni altra occasione p. es.

« Καὶ οὐκ ἔχουσι ῥίζαν ἐν ἑαυτοῖς, ἀλλὰ πρόσκαιροί εἰσιν· εἶτα γενομένης θλίψεως ἢ διωγμοῦ διὰ τὸν λόγον, εὐθέως σκανδαλίζονται » S. Marc. IV. 17. = Ma non hanno in sè radice, anzi son solo a tempo: e poi, avvenendo tribolazione o per-

(¹) In questo senso fu intesa la parola σκανδαλίζειν anche dai traduttori che non la importarono nelle loro lingue, ma la tradussero con parole esistenti in quelle: p. es. Lutero « Und *ärgerten* sich an ihm » e la Bibl. Inglese « And they where *offended* in him ».

secuzione, per la parola, subito sono scandalezzati. Diodati. Evidentemente σκανδαλίζονται = mancano alla fedeltà, riescono infidi (per paura). Vulgata « Et non habent radicem in se, sed temporales sunt: deinde orta tribulatione et persecutione propter verbum, confestim scandalizantur ».

E in S. Matteo c. V. v. 29, dove si dice « εἰ δὲ ὁ ὀφθαλμός σου ὁ δεξιὸς σκανδαλίζει σε » σκανδαλίζει non può voler dire se non, che dia occasione di mancare di star fermi (nel proposito di seguire la virtù) p. es. facendo prendere diletto a guardare ciò che non si deve.

E in S. Luca VII. 23 « Καὶ μακάριός ἐστιν ὃς ἐὰν μὴ σκανδαλισθῇ ἐν ἐμοί » a proposito dei prodigi operati, non può voler dire se non = e beato quegli che, avendo veduto queste mie meraviglie, non sarà mai per disertare da me, per mancare alla credenza in me.

La parola importata pertanto, in latino *scandalizare,* in it. *scandalezzare,* fr. *escandaliser* (sp.) e (port.) *escandalizar* è una di queste che si usano senza sapere cosa intendessero di dire con quella coloro che ce l'hanno insegnata. Essa verrebbe tradotta esattissimamente in latino per *cæspitare,* in it. *scappucciare,* in fr. *broncher,* in sp. *tropezar,* in port. *tropicar,* in tedesco per *stolpern,* in inglese per *stumble.*

Epistola *cattolica.* Dopo l'uso già antichissimo di quest'aggettivo nel significato in cui l'adoperiamo noi, p. es. distinguendo la chiesa cristiana che riconosce il papa dalle altre dissidenti, io credo che pochissimi sieno quelli che abbiansi formato un concetto di ciò che s'intende per Epistola *cattolica,* titolo apposto ad una epistola di S. Iacobo a due di S. Pietro, a tre di S. Giovanni ad una di S. Giuda. Qui è il significato etimologico = universale, in riguardo all'indirizzo di queste epistole; poichè, mentre le altre sono indirizzate a date e date nazioni e persone, ai Colossensi, ai Filippensi, ai Romani, ai Corintii, agli Ebrei, a Timoteo, a Tito ec., queste lettere non sono dirette ad alcuno: qui dunque *cattolica* vuol dire = senza indirizzo; eppure nelle traduzioni del N. Testamento italiana e portoghese si pone *cattolica,* e nella spagnuola ed altre non si traduce il greco καθολική, perchè si vede ch'erano imbarazzati ad indovinare cosa volesse dire.

Segni ambigui che servono promiscuamente a rappresentanze diverse.

Gli autori di grammatiche arabe vi dicono nella prima pagina, dove intendono darvi precetti di lettura dei caratteri in cui si scrive quella lingua, che quel dato segno ora vale *a,* ora *e,* (Fetha) (1) e quell'altro ora *e,* ora *i* (Kesra) (2), quell'altro ora *o* ora *u* (Damma) (3), senza dirvi come possiate

(1) ـَ fetha. (2) ـِ kesra. (3) ـُ damma.

conoscere che in dato caso debbasi leggere *e* anzi che *a*, *i* anzi che *e*, *u* anzi che *o*, e senza esibirvi neppure una pagina di qualche pezzo scritto in arabo e trascritto, perchè almeno possiate indovinare dalla pratica, quando un' altra volta v' incontriate in quelle parole scritte.

Così nella scrittura siriaca, la linea orizzontale segnata sotto una lettera —̱ ora serve a dinotare che tal lettera si omette nella pronuncia p. es. ܐܢܐ, che dovrebbe essere *eno*, si pronuncia *no*, e allora questa linea dicesi *linea occultans;* ora serve a dinotare che una lettera, quantunque non abbia segno vocale, si deve pronunciare p. es. ܕܚܠܬܐ, che sarebbe *dechltho,* si deve pronunciare dech*e*ltŏ, e allora questa linea chiamasi *mehagyono;* ora serve ad indicare che ܚ (= *nh'ain* ebr.) si deve pronunciare blandamente p. es. ܚܕ sarebbe *nh'ehád* e invece si pronuncia *e*hád; ora serve a distinguere l' imperativo passivo dall' infinito e dal preterito p. es. ܐܬܩܛܠ *Ethkatl.*

Dunque lo stesso segno serve ad indicare modi di pronuncia, e valori grammaticali; e lo stesso segno serve a *vietare* la pronuncia d' una lettera ch' è scritta,
comandare la pronuncia d' un suono che non è segnato nella scrittura,
cangiare la pronuncia d' una lettera scritta.

Nella puntuazione ebraica, il scevà ְ ora indica che si deve pronunciare una *e*, ora che non si deve pronunciare: il daghesc, che marca una pronuncia speciale, ora si pone nel ventre delle lettere, ora non si pone, e si deve intendere che vi sia.

Maggiore ambiguità è nelle lettere alfabetiche di tutte le scritture semitiche prima della puntuazione. Prendiamo per mostra quelle dell' alfabeto ebraico:

א poteva rappresentare ognuno di questi suoni	*a*, *e*, *i*, *o*, *u*
ה	*a*, *e*, *i*, *o*, *u*
י	*i*, *ia*, *ie*, *io*, *iu*
ו	*o*, *u*, *v*

Segni falsi.

Nella scrittura di varie nazioni, le figure che servono di segno fonetico si pongono pure oziosamente, cioè in certi casi non hanno alcuna rappresentanza fonetica, non indicano modi di pronuncia. Esempio di lettere oziose è l' elif ا nella scrittura araba, quando distingue il fine di una parola dal principio della susseguente: e nella puntuazione ebraica il mappick in alcuni casi, p. es. in ה di אלוה

eloà nella י di מלכיות *malcuiòd* [1]. Qui dunque stanno fra i segni, e classificati coi segni, fatti oggettivi che non hanno alcun ufficio mnemonico, non devono servire a suscitare alcuna associazione nella mente di chi li percepisce: stanno dunque in una serie in cui non devono stare, e, perciò che sono cogli altri che invece devono servire di tocchi mnemonici, portano confusione a quello cui si presentano, poichè per lo meno si avvezza a considerare come della stessa categoria fatti operanti in un modo e fatti a quelli omogenei per origine e per qualità, ma non operanti come quelli, onde si lede il senso naturale di riunire i fatti analoghi; ma di più quegli cui vengono esibiti può credere che servano di segni, e perdersi in conghietture. Altro esempio di segni falsi è l'applicazione di parole accettate in date nozioni a cose, la cui natura nulla ha a fare con queste nozioni: così il nome di *cerebrali* dato dai grammatici di lingua sanscrita a certe lettere, mentre, che il cervello dia fenomeni di voci articolate, è impossibile.

Segni che inducono in fallacia la mente, indicando come positivi concetti in onta alla realtà.

P. es. la parola *onnipotenza* comprende in sè una proposizione che non si può sostenere: uno potrebbe dirvi « dunque in tale facoltà è di fare che una cosa sia e non sia nello stesso tempo: che ciò che fu, non sia stato ». Per difetto delle lingue si ponno congegnare delle espressioni assurde.

Segni la cui rappresentanza è fallace, per mutamenti accaduti nelle cose a cui si riferivano.

Quando il primo segno del Zodiaco era il *Toro,* chiamossi *Leone* e si dipinse un leone in corrispondenza al tempo in cui il sole si faceva sentire nella sua maggior forza, cioè quando veniva il terzo mese dopo l'equinozio di primavera. Dopo la prima precessione degli equinozii che fu avvertita, il segno del *Leone* veniva a cadere nel quarto mese dopo l'equinozio di primavera. Dopo la seconda precessione degli equinozii avvertita, il segno del *Leone* viene realmente a cadere nel quinto mese dopo l'equinozio di primavera, cioè in Agosto, benchè nei calendarii si continui a porlo in Luglio. Ora il popolo attribuisce la siccità e le malattie, che sono della stagione, cioè dell'ardore solstiziale a questo *Leone:* onde le massime igieniche e terapeutiche sono applicate esattamente al tempo tra l'entrare del sole in questo segno e il passaggio suo in quello successivo;

[1] Nella prima parola, sotto la ה v'è già il patách che segna doversi pronunciare *a*; e nella seconda, poi che la י non sussegue nè a tsere, nè a segol, nè a chirik, non c'è bisogno di segno per farla pronunciare.

sicchè p. es. il divieto di cavar sangue ha vigore solo il giorno in cui il calendario mette l'entrata del sole in quel segno; se nella vigilia di quel giorno fossero le stesse condizioni di calore eccessivo, non si curano. Così il proverbio

« Sol in Lione,
Lasciar i libri e le donne ».

Dietro questo processo dell'azione dei segni, per perdita del loro valore, dopo la precessione degli equinozii ventura, potrà darsi che non si cavi sangue in Settembre, perchè appunto da qui a due mille e quarantasette anni il sole sarà in *Lione* in questo mese.

Effetti dei segni falsi.

I segni possono non solo passare ad altra rappresentanza diversa da quella che avevano, ma sì mantenere anche la prima; allora può succedere lo scambio fallace della loro interpretazione, secondo che si prendano nella rappresentanza antica, quando invece si debbano prendere per la nuova, e viceversa. Possono accadere tutte quelle contingenze d'errore a cui espone l'ambiguità; si può venire a giudizii falsi sulla realtà, pensando che fosse in un dato modo, mentre era tutt'altra: e dal falso giudizio ne può venire l'uso erroneo dei segni. P. es. le lettere alfabetiche e le loro successioni, passate a nazioni di lingua diversa, servirono ad indicare suoni diversi da quelli che rappresentavano in patria; quindi queste nazioni, trovando quelle lettere alfabetiche nello scritto d'altre lingue, lessero alla propria maniera, che non era quella delle lingue medesime; e così pronunciarono in modo diverso da quello legittimo quelle lingue stesse dalle quali erano state tolte le lettere alfabetiche p. es. il (lat.) *c* pronunziasi *s* dai Francesi, il suono *gn* pronunciasi come i due suoni *gh* ed *n* dai Tedeschi. Così quindi presentandosi ai Francesi il nome latino *Cicero,* poichè essi giusta le abitudini della scrittura della loro lingua, dove vedono *c* susseguito da *e* od *i* leggono *s*, lo cambiano in *S*isero: e ai Tedeschi presentandosi il latino *magnus,* poichè nella loro scrittura *gn* non può valere se non pei due suoni *gh* ed *n,* lo leggono *magh-nus*.

L'esistenza di segni può indurre a credere l'esistenza reale, dove non è.

Basta ricordare tutte le mitologie. Il contadino crede ai diavoli, alle streghe ec. perchè ha sentito nominarli, cioè gli furono esibiti segni come rappresentanti degli enti oggettivi che non esistono. Lo stesso avviene quando siasi perduto di vista il rapporto di un segno, dimenticato il suo valore. P. es. per indicare il tempo, si disegnò un vecchio, prendendo quindi il tipo dell'aspetto di chi esiste da un'epoca remota, che visse lunga età, Κρόνος, Saturno: gli si diede

una falce per indicare gli anni (tertia *messis* erat), perchè si contavano dalle messi, per le quali adoperavasi la falce: si disse che distruggeva i proprii figli, perchè cioè gli anni che pare sieno da lui generati finiscono nel nulla: ora chi vide quelle figure che lo rappresentavano, e udì l'esposizione metaforica di quel fatto eterno, credette davvero esistere un ente tale, e si mise ad adorarlo (quod finxere timent) e si credette obbligato, poichè quello compiacevasi di distruggere i figli, di sacrificargli dei bambini.

Le stesse scienze non si preservano da queste illusioni. In chimica *l'albumina insolubile* di Thénard e la *fibrina* di Berzelius stanno come due sostanze diverse: Raspail vi mostra che non si tratta che di due sinonimi « Les chimistes en réunissant dans deux chapitres séparés ce qu'un auteur a dit de la fibrine, et ce qu'un autre a dit de l'albumine... et ils ont pris des différences dans la construction grammaticale des descriptions, pour des différences dans la nature chimique des deux substances. Dépécez comparativement sous vos yeux de la fibrine obtenue par la flagellation du sang et de la substance insoluble obtenue par la filtration de l'albumine de l'oeuf de la poule, et il n'est pas de chimiste si exercé qui ne se surprenne et ne confonde l'une avec l'autre, aux caractères physiques et aux réactions (1) ».

Tali illusioni per cui si suppone qualche cosa di nuovo vengono indotte dai neologismi tecnici, tante volte unica cosa introdotta nella scienza (quando il termine nuovo non sia voluto da altre maniere di considerare il fatto in questione).

Il Fusinieri attribuì le questioni interminabili nella scienza (oltre che alla natura degli oggetti non rappresentabili intuitivamente) alla natura dei segni arbitrarii, non analoghi agli oggetti, che quindi non possono servire per le idee intuitive, che mancano alla cognizione della verità, nè hanno valore virtuale e costante.

Smarrimento della continuità tra i fatti sensorii
e i segni istituiti per ricordarli.

Gli uomini osservarono nella estensione dell'orizzonte che il sole ascendeva e discendeva in varii punti d'una linea continua, ed hanno notato i confini estremi di questa linea. Hanno notato che il sole, ascendendo o tramontando, trovavasi tra gruppi di stelle diverse; i quali gruppi peraltro si continuavano nelle diverse stagioni. Premendo loro di conoscere le stagioni, fissarono quei gruppi di stelle in cui trovavasi il sole nel levarsi e nel tramonto; per proprio uso memorativo notarono, sia per incisione, sia per disegno, sopra qualche materia, legno, pietra, foglie, canne, membrane, con rappresentazioni d'oggetti che aves-

(1) Chimie organique I. pag. 361, §. 1542.

sero una qualche coincidenza col succedersi di quelle costellazioni, p. es. colle *spiche,* la costellazione in cui tramontava il sole al tempo della messe, con un *toro,* la costellazione in cui era il sole al tempo dei lavori agricoli ec. Queste incisioni o disegni intendevano di far ricordare le divisioni del tempo nell' anno; qualunque fosse la figura che presentavano i gruppi delle stelle interessate (per associazione nella mente dell' uomo) con quelle stagioni, a quella non si riferivano. Poi ad altra epoca, cresciute le cognizioni cosmografiche e astronomiche, si costruirono delle sfere rappresentanti il concetto che erasi formato dei rapporti della terra cogli astri. Allora presero quei disegni che ricordavano oggetti coincidenti colla presenza di quei tali astri, e li disegnarono in quelle sfere sopra gli astri stessi. Quelli che vennero dopo, vedendo quei disegni sulle sfere astronomiche, credettero che realmente qualche cosa di simile a quelli fosse nel cielo, d' onde si fossero tratte quelle figure: così che in cielo vi fosse un gruppo di stelle che avesse la figura di un toro, un altro che avesse quello d' una donna con una spica ec. Ora l' istruzione che si dà nelle scuole di cosmografia comincia sempre da quelle sfere artificiali, non già dal condurre gli alunni sul levare del sole ed al tramonto a vederlo nell' orizzonte, e ad osservare i gruppi di stelle diverse nelle diverse epoche dell' anno in cui esso si trova al levarsi e al tramonto. Si tratta quindi di apprendere i segni, senza conoscere la realtà cui si riferiscono, ed è impossibile indovinarla. Il fanciullo, per quanto bene sappia la cosmografia, non può che ricordare le sensazioni prodottegli da quelle sfere artificiali ec. ed associare le figure simboliche disegnatevi alla costituzione cosmica. Che se un' altra volta gli avvenga di esperire da se medesimo questi fatti sull' orizzonte, la sua coscienza nulla prova di simile a quello stato in cui era apprendendo la cosmografia dal maestro: in quel momento sente di conoscere nell' ordine di tutto ciò che ha conosciuto pei proprii sensi gli aspetti della natura: quello che aveva appreso sotto il titolo di scienza cosmica, gli pareva una lezione dogmatica, come le conjugazioni dei verbi o la storia sacra.

Per questo processo tra generazioni, dove l' una non sa dell' altra, poichè le più antiche ricevettero le impressioni sensorie e istituirono i segni per fissarne la ricordanza, le generazioni sopravvenute trovando i segni, nè sapendo l' originale a cui si riferiscono, restano illuse sulla loro entità. Dell' apprendimento di questi segni, per se stessi, fanno una dottrina, che, se fosse continua colla realtà da cui i segni ebbero origine, profitterebbe per la cognizione; e così invece, staccatane, e sbagliandone l' interpretazione, non solo fa perdere il tempo, ma sì il suo fantasma fa credere che in quell' argomento già si sappia, e quindi non si ricorra al metodo unico di conoscere, attendendo alla natura.

ABUSO DEI SEGNI.

Preponderanza enorme dell' insegnamento dei segni, in confronto di quello della conoscenza delle cose.

Può dirsi che fino a poco tempo prima degli Enciclopedisti, l' educazione che ricevevasi generalmente consisteva quasi per intero nell' apprendimento dei segni (parole), e nulla nella nozione delle cose. Infatti fino allo studio delle facoltà non si insegnavano se non lingue, grammatiche, retorica, prosodia, poetica, ritmica; e gli istrumenti d' uso per la mente erano le raccolte di eleganze, le regiæ oratoriæ, le regiæ Parnassi, i rimarii: un barbarismo, una breve per una lunga o viceversa rovinavano la riputazione di qualunque galantuomo. V' era la storia romana e greca, imparata a memoria come cosa letteraria. Poi veniva la filosofia, dove era quasi tutto maneggio di segni, la dialettica, le figure di sillogismo. Nelle facoltà, la Giurisprudenza quasi tutta basata sulla interpretazione dei libri di testo. La Teologia non poteva se non versare sui libri accolti come testi, e quindi sull' interpretazione di segni (parole). La Matematica, che quantunque abbia per fine la ricerca del vero, non adopera perciò se non i segni. Non era che la Medicina che, oltre i divagamenti teorici, introduceva, di prima mano, l' investigazione dei fatti e quindi iniziava all' uso più proprio dell' intelletto per via dei sensi.

Alla seduzione dell' uso dei segni, erano tolte le classi più avvilite, quelle degli artigiani, che maneggiavano le cose, anzi che i libri, per l' uso della vita, e gli artisti che si studiavano di procurare diletti ai più agiati, applicando la potenza affettiva (musici), e imitando la natura, più o meno modificata idealmente (pittori, scultori ec.). Da quelle scuole, comuni a tutti quelli che avevano poi gl' impieghi ed erano il fiore della società, portavano questi l' abitudine della stima solo a quella maniera di studio: a pochissimi poteva venire il sospetto che quelle non fossero le sole indispensabili ed ottime. I letterati quindi componevano dietro l' apprendimento dei segni, e pei segni erano le accademie di verseggiatori, di inquisitori di lingua ec.

In alcuni pochi appena qui in Italia, la natura poteva vincere l' educazione e l'esempio, onde spiegarono concetti e passioni: sorsero a dispetto dell' uso autori originali che scrivevano, non per esercitarsi in ciò che avevano appreso nelle classi d' umanità, ma perchè si sentivano urgere da affetti e pensieri. Fuvvi il Vico che s' accorse che l' abitudine scolastica di studiare i testi per la lingua, per la frase, pel verso ec. aveva del tutto fatto smarrire il vero interesse ch' era in quelli, cioè la conoscenza delle cose del mondo antico. Poi Cesarotti capì che la vera fonte del bello letterario era nel sentire individuale, non nell' applicazione delle

regole imparate a scuola: sentì l'Ossian e, invaghitosene, ruppe la rotaja adamantina, fuori della quale non poteva escire chiunque volesse pretendere al rango di letterato. Poi Parini vide che le lettere avevano una virtù pratica nelle contingenze dei bisogni sociali: e ne fece prova. Quindi Alfieri e Foscolo, quantunque assai ligii ai divieti della scuola, eransi già sciolti dal concetto scolastico della poesia e della eloquenza.

Ma le scuole fino alle facoltà restarono scuole di segni, e non di cose. Io non so come sia ora, ma quando studiai io, in tutte le sei classi di ginnasio non s'insegnavano se non i modi di usar la parola: appunto la storia s'imparava a memoria e consisteva in serie di nomi di dinasti coi rapporti delle loro parentele, date di battaglie ed altre filastrocche: così la geografia sulle carte e sui libri, dove si imparavano a memoria le produzioni del suolo, senza sapere cosa fossero, p. es. *torba* (¹). Insomma s' imparavano prima i segni, senza sapere a quali realtà dovessero servire: la grande premura era d'imparare quelli, come se dopo l'esperienze sensorie potessero mancare; mentre pel fatto della contemporaneità delle impressioni diverse e della legge di solidarietà centrica nell'individuo sensibile, sono inevitabili. Tutta l'educazione in somma era in opposizione al processo eterno della mente, per cui bisogna prima subire le impressioni: in esse è il fatto ESSENZIALE; poi il segno di queste, ch'è sempre fatto ACCESSORIO, di cui si potrebbe anche far a meno.

Ora l'applicazione esclusiva sui segni, anzi che sulle cose, è deleteria per la mente. Gli uomini che avrebbero delle facoltà potenti, non avendo conosciuto il vero campo dove usufruttuarle, le sciupano in artifizii di sottigliezza: in quest'epoca stessa in cui abbiamo veduto ingegni educati a quella maniera sciolti dai pregiudizii, non seppero se non darsi alle speciosità metafisiche. Versando quasi sempre sopra gruppi mnemonici, idee astratte, anzi che riposarsi sulla osservazione fatta coi sensi, arrivano a certe distinzioni illusorie da smarrire la nozione della propria coscienza, a persuadersi di conoscere ciò dove è impossibile il più lontano iniziamento p. es. l'idea dell'*essere assoluto* e di staccarla dal tempo e dallo spazio. Come è possibile vedere, toccare gli oggetti ec., senza provare nello stesso tempo il fatto della loro esistenza? L'*idea dell'essere* non è se non una reminiscenza nostra relativa a tali e tali modi in cui le cose ebbero a cagionarci delle impressioni, è come l'*idea della bianchezza* che non può se non comporsi delle sensazioni provate per opera dei corpi bianchi, è una qualità ch'io ho soggettivamente staccato dalla sostanza, ma che in fatto oggettivamente non può da quella staccarsi, e che sempre fu necessario che prima la sostanza operasse sopra di me, perchè l'astraessi. Può dirsi che l'*idea d'essere* è affatto soggettiva

(¹) Io l'ho ripetuta certo delle centinaja di volte, quando era chiamato dal maestro, senza aver mai saputo cosa fosse.

riferendosi al *me;* ma questa è una deduzione sommaria delle sensazioni della vita propria, *fame, sete, dolore* ec. e delle sensazioni di relazioni cagionate dai contatti avuti coi corpi esterni. I metafisici portano per argomento dell'esistenza delle idee per loro stesse che p. es. io posso avere un corpo presente, vederlo e nello stesso tempo pensare a quello stesso corpo. In questo caso non si tratta se non di reminiscenza della sensazione stessa continuata immediatamente a quella, ed alla quale reminiscenza si associeranno probabilmente reminiscenze d'altre sensazioni provate per opera di quel corpo in altre occasioni fuori di quella della sua presenza, p. es., se si tratta d'un cubo, la ricordanza delle sue sei faccie, che contemporaneamente è impossibile di vedere.

Ai danni venienti dal predominio dei segni si riferisce la tirannide nella prescrizione di certi segni soltanto, e nella proscrizione di altri dati, amministrata dai puristi.

Segni già esistenti applicati erroneamente, nomenclatura e classificazione dei suoni articolati affatto estranea al meccanismo che li produce.

In sanscrito chiamasi sibilante della classe cerebrale il suono ष (1) rappresentato in italiano scrivendo *sc*, in tedesco *sch*, in inglese *sh*, in francese *ch* (2), in ebraico שׁ *scin*, in arabo ش, che si pronuncia spingendo l'aria vocalizzata tra l'acie dei denti incisivi combacianti. Qual nozione si può fare uno di questa nomenclatura, *cerebrale*, mentre si tratta d'un suono effettuato dai denti?

Mentre प *p*, फ *ph*, ब *b*, भ *bh*, म *m* chiamansi labiali, व *v* si pone fra le semivocali (3) con य *y*, र *r*, ल *l*. Qual idea si può farsi di questo nome? Non pel fenomeno, perchè non saprei per qual cagione non potesse dirsi semivocale il *b* od il *t*: non per l'organo che le produce, perchè *r*, *l* sono prodotti dalla lingua, *v* dalle labbra o dalle labbra coi denti; non pel modo d'azione, perchè per *y* s'innalza il dorso della lingua, per *r* si fa vibrare l'apice, e per *l* si posa l'apice contro l'arcata alveolare degli incisivi superiori. Dicesi semivocale pure l'*j* (4).

Bopp chiama il *v tönend* = intronante e l'*f dumpf* = ottuso (5): certo gli è ch'è lo stesso meccanismo ed effetto simile, ma invece lieve pel *v*, forte per l'*f*; chiama il *b tönende labial* (6), e *p* π (gr.) tenue, e *b* media (7); anche qui *p* è l'effetto forte, *b* il debole dello stesso meccanismo. Il *c* palatino si definisce per lettera tenue e *g* palatino per lettera media (8); ma gli è certo che per *c* si batte con più forza, e per *g* con meno.

(1) Bopp Vergl. Gramm. I, 40. 86.
(2) Come in *chien, chasse.*
(3) Bopp ivi p. 44, 184, 262.
(4) Vorrede ivi XIV.
(5) Vergl. Gramm. I, 156, §. 93.
(6) ivi I, 171.
(7) ivi 182.
(8) ivi I, 64.

E così chiamasi *t* tenue, e *d* media, e tra le gutturali *k* tenue, *gh* media [1] dove è sempre tutto l'opposto. ह (sanscr.) si definisce « eine *tönende* (intronante) d. h. *weiche aspirata* » = cioè un' aspirata molle [2]. Bopp dice che *r* in brôth*r*s, brôth*r* (got.) si può considerare come vocale, quasi colla stessa ragione come in *b'râ'tr-b'yas* (sanscr.) [3].

I grammatici siri classificano l'*i* fra i suoni *dentali;* dove, per pronunciare *i*, i denti non hanno alcun disturbo, sono in perfetta vacanza, ponno stare al loro posto e ponno allontanarsene quanto li portano le mascelle: dicono il *t* semivocale.

Nella classificazione delle lettere zend, si confonde il loro valore attuale con quello che avevano prima e che più non hanno p. es. nei dittonghi si pone [zend], [zend] *ê* insieme con [zend] *ai: Ai* è appunto un dittongo (δύο φθόγγος) perchè risulta da due suoni *a* ed *i;* ma *ê,* è un suono unico. Che sia risultato dei due suoni *a* ed *i*, che cioè le parole che ora si pronunciano per *ê* una volta si pronunciassero per *ai*, questo non ha a fare colla sua entità attuale. Così si pone *h* fra i suoni sibilanti [4] forse perchè è il resto d' un suono sibilante, come è un resto di quello lo spirito aspro dei Greci.

Così Bopp [5] chiama vocali ऋ *r* ॠ *r̂* dopo aver definito che sono il resto di *ar*, ma che il suono è *r:* sicchè in realtà non sono se non forme grafiche che servono all' etimologìa, accennando che una volta, oltre il suono *r*, c' era una vocale, ma che ora non si pronuncia [6]: dunque la classificazione di questi suoni fra le vocali rappresenta una fallacia: il nome applicato è contro la realtà della sua natura. Effetto di quelle vecchie classificazioni, la cui nomenclatura non dà nozioni reali, si è di smarrire la vera pronuncia; p. es. si crede che ζ (gr.) si pronunciasse *ds* [7]: ζ è un suono semplice di posa dell' apice della lingua contro la parte interna inferiore dei denti incisivi superiori. Poichè le classificazioni dei suoni non hanno un dato costante, come p. es. la parte dell' organo articolatore agente, o la maniera di gesto di quello, od il grado di forza, ma sì sono classificati insieme suoni il cui processo è diverso, è falsata la loro definizione ec.; così le teorie delle leggi degli scambii tra un suono e l' altro, non basandosi sopra un fatto naturale, ma sopra una divisione arbitraria, ponno appena convenire con ciò che succede. P. es. si mettono sotto una sola classe detta delle liquide *l*, *m*, *n*, *r*, dove la prima è linguale sostenuta dell' apice della lingua, la seconda labio-nasale, nella terza si comprendono due gesti diversi, uno naso-linguale dell' apice, l' altro naso-linguale del dorso della lingua; la quarta è effetto d' una vibrazione della parte libera della lingua. Ora, per quanto questi suoni si pon-

[1] Vergl. Gramm. I, 258. [2] ivi 171. [3] ivi I, 4.
[4] Bopp V. Gr. I. 92. [5] ivi I. 234.
[6] Nella nota ivi ripete appunto che *r* è la contrazione di *ar*.
[7] Bopp V. G. I, 117.

gano nella stessa categoria, si scambiano in rapporto di tutt' altre cause, onde le leggi dedotte da quelle classificazioni non si avverano, p. es. la legge d'equilibrio, d'onde cangiamento della tenue in media ec. (1). Nella nota stessa apposta sono le eccezioni che mostrano abbastanza l'insussistenza di quella teoria; quantunque alcuni fatti sieno veri, p. es. che *ŏ* (lat.) si cangia in *i*, ciò che Bopp dice indebolimento (2).

Di queste applicazioni di segni che non convengono colla entità che devono rappresentare, succedono esempii tuttodì nelle nomenclature scientifiche, dove si compongono parole prendendo dal fondo del lexicon. La ragione risulta dal processo per cui succede questa composizione, riferito da Raspail: poichè gli scienziati, naturalisti, chimici ec., per dare un nome alle loro scoperte, ricorrono a qualche membro dell'accademia di archeologia o ad un filologo, che spesso non può capire ciò che si vuole indicare, perchè gli mancano le nozioni della scienza relativa. In questo modo p. es. parole che non hanno se non valore intransitivo si pongono per indicare un' azione d'un corpo sopra d'un altro ec. (3).

Abuso nei rapporti tra il segno e ciò che da quello si rappresenta. Confusione del segno con ciò cui si riferisce.

Di questa specie sono continui esempii nelle grammatiche, dove si trattano in solido fatti relativi alla lingua e abitudini di scrittura: come se parola e maniera di farla ricordare per segni ottici fossero coeve e solidarie. Nelle grammatiche delle lingue semitiche si comincia dal dire che le radicali sono trilittere, perchè moltissime parole nella forma più semplice si scrivono con tre sole lettere: ma in fatto possono nel suono essere costituite da cinque o sei, ed anche da meno di tre p. es. שמר si scrive con tre lettere, ma la parola pronunciata è *sciamár* che vuol dire è di cinque suoni, אור si scrive con tre lettere, ma la parola pronunciata è *or,* cioè consta di due suoni.

Nelle grammatiche di lingue comparate col sanscrito si mesce pure il fatto fonetico coi segni grafici: si rende ragione delle forme anteriori alle parole, anche attuali delle nostre lingue, per *guna* (segno di rinforzo) per *anuswara* ec. (4). Ragionando a questa maniera dovremmo fidare nell' ortografia delle varie nazioni per giudicare delle forme originarie: p. es. in francese, dove si trovi accento circonflesso, si dovrebbe credere che fosse andata perduta una lettera, in *dôme* si crederebbe che prima fosse stato *dosme;* in italiano, trovando *pt* nella lapide del 1247 ch'è in Pisa (per *tt*) nelle parole che hanno fatto l'assimilazione

(1) Bopp V. G. I, 182. (2) ivi I, 287.
(3) Chimie Organique *Diastase.*
(4) Bopp V. Gr. 1, 186. 255.

di *ct* si dovrebbe credere che prima fosse *pt*, p. es. che si dicesse *lapte* quello che ora è *latte* (da *lacte* lat.). I grammatici di lingua greca applicarono il nome di un segno grafico appropriato ad un suono, ad un altro suono eterogeneo: nominano il suono dentilabiale forte *f*, per la figura della lettera con cui si indica, *digamma* æolicum. Ognuno crederebbe quindi che si dovesse pronunciare come due *gamma* (= *g*) (1); e invece si è, perchè il *gamma* rappresentasi con due linee l'una verticale e l'altra posta orizzontalmente da sinistra a destra sulla sommità di quella Γ, e quest'altro suono ha per segno, oltre questa linea orizzontale, un' altra parallela a quella inferiormente, F, onde parrebbe corrispondere alla figura di due Γ (gamma) uno sotto l'altro $\frac{\Gamma}{\Gamma}$. Nell' alfabeto copto dicesi *shima* (certo fatto da σίγμα) un carattere che rappresenta il suono *g* (gutturale): sicchè nel nome non entra il suono che vuole indicare.

Trattamento del segno come se fosse esso la cosa stessa, che a noi deve far ricordare.

In questo processo consiste il *Logogrifo* p. es. « Mitto tibi *navem* prora puppique carentem »: dove la parola *navem* si considera come se fosse la cosa *nave,* e si chiama prora la prima sua lettera, e poppa l'ultima.

Pervertimento esplicito della forma del segno, così che si cangi in un altro.

Anagramma. Dappoichè il significato non va riferito se non a quella forma che ha il segno, è chiaro che, se anche adopero gli stessi elementi di cui si costituisce, ma che li componga in altro ordine, così che il composto sommario venga ad assumere la forma d'un altro segno, questo è un uso del tutto illegittimo, per cui la rappresentanza che va ad acquistare nulla vale: non potrà mai un anagramma avere un proposito significativo equivalente alla realtà.

Paronomasia. Lo stesso dicasi quando, invece di trasporre gli elementi dei quali si costituisce il segno, per ridurlo alla forma d'altro, se ne aggiungono o se ne tolgono per la stessa intenzione. Perciò chi per *anagramma* o *paronomasia* intendesse di dare un dato significato ad una parola, mentre crederebbe di far prova di spirito, mostrerebbe di non sapere perchè servano le parole: quindi gli uomini di senno, se anche non ne definiscano a loro stessi la cagione, in questi giuochi di parole sentono un che di falso che li disgusta.

Intrusione di segni non necessarii. L'abitudine dei pedanti di parlare inserendo frasi di autori: per questi passi sostituiti alla forma corrente, relativa al

(1) Immaginatevi che in italiano si nominasse l'*f due Ge.*

bisogno d'esprimersi, avviene che si svii il corso legittimo delle idee, s'induce distrazione, perchè è quasi impossibile che il pezzo intarsiato corrisponda esattamente al concetto; ne può essere espresso od inteso più o meno di quello o con qualche varietà o non con l'identica intenzione.

Applicazione di segno incompetente, fuori di proposito.

Una vera impostura è nell'abuso dei segni, come se indicassero ciò che in fatto non intendono. A questa si presta la lassezza dei rapporti che le parole e le loro combinazioni hanno coi concetti. Questa specie d'abuso talora è nelle citazioni di passi di autori, anche senza alterarli. P. es. « Mala mens, malus animus » dell'Andria di Terenzio (A. I, Sc. I, v. 136) posto per motto sul frontespizio della Logica del Genovesi, come se fosse una sentenza che volesse dire « che dove la mente non è buona, è malvagio anche l'animo » (d'onde si dedurrebbe che quindi chi lavora a render retta la mente, contribuisca anche a rendere migliore l'animo) [1], mentre questi due membretti non sono in alcun rapporto di premessa e di conseguenza: Terenzio non si sognava neppure di enunciare una sentenza. Ivi il vecchio Simone interrogato da Sosia (a cui egli raccontava tutte le cospirazioni del servo Davo, alleato a suo figlio contro di lui) perchè il servo lo facesse così arrabbiare, dice che lo fa così « per sua mala indole, per cattivo cuore ». In questo modo si fa dire agli autori tutto quello che si vuole, e così le parole trovate nei testi servivano di sostegno e di prova alle tesi, specialmente dove l'uditorio era già preparato alla credulità.

Interpretazione preconcetta.

Lo stesso processo d'abuso si manifesta nell'interpretazione dei testi tenuti come autorità a cui non si può ribellarsi, secondo l'opportunità d'una qualche maniera di considerare le cose. N'ebbimo esempii continui nella nostra età, quando si voleva conciliare le scoperte naturali colla cosmogonia del Berescid. Gli autori ponevano ogni studio per mostrare che le ultime teorie scientifiche erano in accordo con quella e che qualunque espressione della Bibbia poteva confrontarsi colle cognizioni dei naturalisti. Quella specie d'internuncii si era formato il concetto che tali espressioni fossero come formule comprendenti sentenziosamente da una parte i fatti generalissimi della costituzione del mondo, e dall'altra parte, per necessità, fossero come tanti enigmi profetici che volevano procurare la sorpresa della loro spiegazione precisamente in un tal anno per un tal Membro della Accademia Reale o Imperiale; presso a poco per quel processo

(1) Ciò che d'altronde è verissimo; non ha bisogno dell'autorità d'una sentenza.

medesimo, per cui nella cattedra alessandrina di S. Marco stava scolpito il canone della suprema autorità di Roma, per essere letto nel 1853 dal P. Giampietro Secchi che, visitando il tesoro della basilica marciana in Venezia, avrebbe guardato sotto l'orlo di quel sedile marmoreo (1). La concisione di quegli oracoli risguardanti la fisica, e la latitudine data ai commenti, fanno per buona sorte che, come si sono interpretate le epoche geologiche di Cuvier (2), potrebbero servire ancora per altre venti volte per attestato di lealtà ai naturalisti venturi. Penserei pure che, se venisse la curiosità di interrogare in proposito di scienza il Corano, poco più, poco meno, di rado si troverebbe che desse delle mentite scoraggianti. Infatti, se p. es. una delle sei giornate della creazione, composta di sera e mattina (3), può voler dire delle miriadi d'anni, perchè non potrebbe la giumenta *Borak* essere figura delle specie paleontologiche?

Uso prepostero dei segni. Fissazione dei segni, prima d'avere i concetti e le nozioni, per costringere in quelli i concetti futuri. Apprendimento dei segni prima delle nozioni cui si riferiscono.

Partiamo dal fatto eterno che il segno, perchè possa servire, deve essere posteriore alla cosa cui si riferisce. Esempio di questa maniera d'abuso abbiamo nelle rime obbligate, e tante volte con esasperamento delle condizioni p. es. in quelle canzoni del Petrarca, dove per tutte le sestine si ripetono sempre le medesime parole finali, ma sempre in un altro ordine nella serie dei versi. Come è possibile che a questi ordini preposti di maniere d'esprimersi esistano sentimenti e pensieri corrispondenti in quello che a tal legge si sottomette? In tutti questi casi il concetto che appare è l'ultimo risultato del coercimento delle parole in quelle condizioni di numero, di piedi, di accenti e di posto nella serie.

Altro fatto d'uso prepostero dei segni è nel metodo d'insegnare le lingue straniere la cui scrittura è diversa da quella a cui è avvezzo lo scolare. La scrittura è segno grafico dei fenomeni acustici prodotti dall'apparato vocale articolatore dell'uomo. Deve dunque usarsi in rapporto a dati fenomeni acustici già noti. E in fatto così si stabilì il suo servigio primieramente. L'uomo, vedendo dati segni, era portato a ricordare dati suoni o successioni di suoni già noti: altrimenti, se quei segni si fossero riportati a suoni da lui non conosciuti, mai

(1) La Cattedra di S. Marco Evangelista e Martire conservata in Venezia entro il tesoro marciano delle reliquie, riconosciuta e dimostrata dal P. Giampietro Secchi della Compagnia di Gesù. Venezia Tip. Naratovich 1353.

(2) Moyse et la géologie.

(3) ויהי ערב ויהי בקר
יום אחד

più avrebbe potuto capire che volevano indicare appunto quelli. E così quando s'insegna ai fanciulli a leggere, essi sanno già una quantità di parole della propria lingua, e i caratteri che apprendono si fissano nella loro mente riferendosi a quelle; sicchè esiste l'addentellato di reminiscenze di suoni, alle quali si continuano le nozioni delle corrispondenti lettere. Ora, quando s'insegnano lingue la cui scrittura è con caratteri diversi da quelli che già conosce chi la studia, il primo giorno gli si presentano appunto le scritture nuove che fanno rabbrividire, come i caratteri delle lingue semitiche, della sanscrita, della chinese ec., e si comincia dal volere che impari a leggere quelle, dove, oltre la novità assoluta dei segni, v'è la complicazione nel loro uso, e l'incertezza talora della loro rappresentanza. In questo modo per lo studente va perduto tutto il profitto, che trarrebbe dall'identità o somiglianza di parole della nuova lingua con quelle che già conosce. Egli comincia dall'imparare segni di ciò che non sa cosa possa essere: perciò l'interesse primo si rivolge a questi segni, come se stesse in essi l'entità, perchè la loro relazione non può conoscersi se non molto tempo dopo. Per seguire pertanto il processo naturale, e quindi diritto, dell'apprendimento, farebbe d'uopo presentare prima i testi di queste lingue trascritti, onde il primo giorno tosto potessero gli studenti far pratica col materiale stesso della lingua, che non consiste già nella scrittura, ma nella voce: andrebbero via riconoscendo una quantità di parole uguali o simili a quelle che già conoscono: così si restituirebbe tutta quella parte di continuità che di fatto esistesse fra la lingua nuova e quelle che già si sanno, per identità o per somiglianze etimologiche: poi dalla conoscenza di queste, venendo la persuasione che non si tratta di studio eterogeneo, spietato, di cose diverse da quelle che si sono apprese, si andrebbero imparando parole nuove pel loro succedersi contingentemente a quelle che si sono già capite; e poi, quando si avesse già un fondo lessicale, si potrebbe passare alla lettura nei caratteri originali; perchè la conoscenza delle parole condurrebbe a capire, come si debba leggere, dove si trovassero scritte; e certo farebbero molto indovinare, dove i segni grafici lasciano nella incertezza, perchè incompleti o di varia rappresentanza. Così p. es. noi, vedendo le cifre di abbreviatura, indoviniamo l'intere parole che con quelle si vogliono indicare, perchè già queste parole conosciamo; ma altrimenti come potremmo riuscirvi? Se invece si volesse imparare la sola maniera di leggere quei tali caratteri (e non le lingue relative) ciò che p. es. potrebbe bastare volendo istituire degli impiegati alle biblioteche; si dovrebbero scrivere coi sistemi grafici della lingua sconosciuta opere scritte nella lingua che già si conosce. In somma sempre mantenere la continuità, in quel primo modo, col mezzo della scrittura nota, alle parole nuove; in questo, col mezzo delle parole note, alla scrittura nuova.

Il posto nella serie dei segni, e nel loro uso, è forse il fattore della massima importanza nell'educazione. In tutta quella parte di sapere che non si ap-

prende direttamente coi sensi (come nei fatti fisici e quindi nelle scienze naturali nella maggior loro estensione) quando s' insegnano come si deve, tutto si fa col mezzo dei segni. Bisogna pertanto che i segni si riferiscano a nozioni reali che già si hanno, e che sempre si continuino a queste: onde i segni da quelle più lontani si congiungano ad altri, pei quali retrocedendo si arrivi fino alle nozioni reali stesse, senza delle quali, il segno appreso per sè non può che ingombrare la mente, e danneggiarla, pervertendo la sua direzione, ed illudendola.

Il *segno* è una parte qualunque d' un tutto, che ripresentasi ai nostri sensi, e quindi inizia a ricordare il resto che manca per essere uguale al tutto: questa parte dunque, perchè abbia l' effetto mnemonico, deve sempre succedere all' esperienze sensorie che s' ebbero del tutto. E sarà impossibile che, presentata prima del tutto, possa far conoscere quello. Ebbene questo processo prepostero, per cui si vuole che il frammento faccia conoscere il tutto che non si è veduto, è quello che vige nell' istruzione: dove si fa precedere la teoria alla pratica: dove s' insegnano le lingue, senza dar nozioni delle cose: dove s' insegna la grammatica delle lingue straniere, senza conoscerne il fondo lessicale: dove s' insegna a leggere i caratteri d'imperfettissima rappresentanza fonetica di lingue, di cui non si sanno le parole. Forse l' uso dei segni, in un' epoca così distante dall'occasione dei fatti reali cui si riferiscono, che si perdette la continuità dai segni a quella, è la cagione più estesa degli errori della mente e della sua falsa direzione.

Nell' apprendimento dell' aritmetica s' imparano i segni, senza sapere la ragione reale della esistenza cui corrispondono, e s' imparano certe leggi di collocazione di quelli per venire alla scoperta di fatti reali, senza aver visto prima come questi fatti reali succedano. P. es. imparando a memoria le formule della moltiplicazione, la tavola pitagorica, lo scolare, che vi sa dire che *cinque* via *sei* fa *trenta,* non ha mai preso, supponiamo cinque sassetti . . . . .
e poi aggiunti . . . . .
a quelli cinque, ...
per altre cinque . . . . .
volte . . . . .
. . . . . ,

onde si sarebbe accorto del fatto appunto che vi sa dire: nel dirvelo dunque egli non ha in mente se non il segno, cioè le parole colle quali si esprime, non la necessità naturale, ch' egli narra come se fosse qualche cosa di dogmatico. Così, imparando le regole di collocazione delle cifre arabiche per fare le operazioni p. es. della somma, cominciando a contare a destra, non ha mai messo tanti mucchi nella serie, quanti corrispondono al loro valore di unità, di decine, di centinaja ec., p. es. decine una unità sei

. . . .
. . . .   = 16

decine due   unità due

. . . .   = 22
. . . . .
. . . . .
. . . . . ,

onde, fatta la somma, dovendo conservare l'ordine di collocacazione, si sarebbe accorto che, per fatto necessario nella prima linea a destra non sarebbero restati se non otto di quelli oggetti, p. es. sassolini, e che quindi a sinistra erano già trenta, sicchè il risultato in cifre (38) non è se non il fatto stesso

. . . .
. . . .
. . . .
. . . . .
. . . . .
. . . . .

Ora questo è grandissimo vizio nell'educazione. Il fanciullo, che impara queste regole di aritmetica, d'una necessità eterna assoluta, contemporaneamente p. es. alle regole di sintassi, del bel dire ec., dove è autorità che può variare ad ogni momento, e dove sono più le eccezioni che le regole, non può distinguere ciò che è necessario e vero, da ciò che può mutarsi: mette tutto nella stessa linea, *obbligo d'imparare* e *conoscenza sicura,* e non può definire la scienza, non può capire la corrispondenza della nozione colla realtà: e di più crede che il *segno* sia il fattore dei fatti: la sua mente poi si abitua ad attribuire all'autorità quel valore che ha la necessità assoluta. In questo caso, l'uso del segno rende arcano quello che è evidente: certo fu l'uso dei segni numerici che indusse la superstizione della potenza dei numeri; se gli uomini avessero continuato a contare sulle dita o coi sassolini, non sarebbe nata la cabala.

Le scuole che danno l'insegnamento dei segni, senza che si abbia da chi li apprende la cognizione della realtà cui si riferiscono, e che non fondano questa istruzione sulla conoscenza del processo naturale dell'intelletto, sono le officine d'onde escono i pedanti che hanno la missione di far dispettare gl'ingegni, e di fare che la capacità degli uomini si consumi in iscrupoli. Tali sono le scuole di grammatica, di retorica, di storia, come ora si danno ai fanciulli, che non sanno cosa sieno fatti umani, e ai quali non si fa riflettere sulla naturalezza dei fatti, d'onde furono redatti quei precetti, di cui non sospettano altra ragione, se non l'obbligo loro imposto di apprenderli.

Segni di cose fantastiche, adoperati per ricordare cose reali.

Tra gli abusi dei segni è da riferire l'applicazione simbolica di favole per servire di segno a cose reali, p. es. nei jeroglifici egizii il *Cigno,* per indicare un musico vecchio, la *Fenice* per rappresentare il sole ([1]). Questa applicazione è un effetto della miscela che si fa nella mente delle percezioni avute per mezzo della oggettività, colle reazioni intellettuali succedute a quelle. Quantunque queste sieno posteriori e conseguenti, s'identificano nell'atteggiamento della coscienza così da non distinguere più le due origini, una oggettiva concreta, l'altra soggettiva di composizione contingente, sicchè le percezioni reali e queste reazioni si fanno solidarie; come quelle determinano queste, gli effetti di queste sono capaci di riprodurre mnemonicamente quelle. Di più, una volta che siavi un linguaggio significativo, cioè capace di suscitare le reminiscenze, le narrazioni ricevute hanno la stessa efficacia delle nozioni che ogni individuo si procura coi proprii sensi, quindi mnemonicamente si fondono; si risuscitano tanto quelle, come queste. Nessuno certo degli Egizii vide la fenice; ma poichè fin da fanciullo ogni Egiziano sentì nominarla, parlarne come se qualche altro l'avesse veduta, la mente di chi aveva sentito parlarne trattava questo concetto, come quelli delle cose percepite coi proprii sensi: il segno, destando reminiscenze di sensazioni proprie, si equipara alle sensazioni stesse. Intanto l'esistenza del segno mantiene nella falsa nozione; nè si pensa ad abolire l'uso imprudente: sul basso rilievo della tomba di Vaccà Berlinghieri, ch'è nel Campo Santo di Pisa, fatto da Thorwaldsen, per simboleggiare la valentìa del defunto nelle operazioni d'oculistica, è scolpito Tobia che per ridare la vista al padre, gli applica sugli occhi il fiele del pesce trovato.

COROLLARII DELLA CONOSCENZA DELL'ENTITÀ DEI SEGNI.

Rettificazione di giudizii.

Dalla cognizione del rapporto unico possibile del segno colla mente, perchè succeda l'intelligenza, che cioè fa d'uopo che susciti delle ricordanze, e quindi non è efficace se non in quanto si riferisce al passato: ne viene la riflessione dell'assurdità di tutte le spiegazioni dei fatti avvenuti anteriormente a dati altri, come se quelli volessero significare questi, come si fa nel misticismo. Ancorchè quei fatti fossero successi per questo scopo, chi poteva capirli? e se nessuno li capiva, perchè continuare a farli? un Chinese che venisse in uno dei nostri

([1]) « Phoenix in hieroglyphicis Hori dicta solis symbolum » Spanhem. Us. et Praest. Numism. L. III. Diss. III, p. 245.

villaggi e che si mettesse a parlare, poichè si fosse accorto che nessuno lo intende, si darebbe pace, risparmierebbe « amplius aures

Vocis inauditos sonitus obtundere frustra ».

Profitto dei segni.

Dal modo d'azione dei segni si deve trarre il profitto maggiore possibile, evitando tutti i danni che a quest'azione aderiscono. Il primo mezzo si è la conoscenza precisa, definita di tutti questi danni, avvertendo il processo per cui si originano. In questo modo si rettificano tutti gli errori che da quest'azione si sono già prodotti negli individui, e fissati si tramandarono col frutto sopra il capitale di generazione in generazione; e si preserva l'umanità dall'incorrere in altri per la continuazione dello stesso processo.

Dalla nozione adeguata dei segni, della loro origine, del loro modo d'agire sull'uomo, si può dedurre gran parte dell'educazione con sicurezza assiomatica. E prima di tutto, che, per apprendere, bisogna agire sui sensi, anzi che dirigersi all'intelletto.

La diversa efficacia mnemonica dei segni può servire allo studio d'analisi dei diversi gradi delle reminiscenze: prendiamo per esempio il *segno* in una data pagina d'un libro. Viene in mente che si è messo il *segno* in quella:

I. Ma non si ricorda più cosa si volesse notare,

II. Si ricorda ciò che si voleva notare, ma in confuso: p. es. non si sa se la proposizione sia positiva o negativa.

III. Si ricorda il senso, ma non si ricordano le espressioni, o si ricorda qualche parola entrante, ma non il senso.

Non solo dalla nozione adeguata dei segni si deve dedurre il metodo di usarne con maggior profitto, ma sì rettificare tutto ciò in cui è difetto proveniente dai segni. E prima di tutto si deve ridurre al numero necessario tutti quelli che esistono, quindi togliere tutti quelli inutili, e dove esistono varii equivalenti, serbarne uno solo, quindi, quanto ai segni grafici, di tutte le varietà di forma che esistono nelle maniere di scrivere delle varie nazioni, si deve serbarne una sola, la quale comprenda tanti esatti rappresentanti grafici, quanti sono i suoni prodotti dall'uomo col suo apparecchio aereo-articolatore. In ogni altra applicazione di segni, si deve sgomberare più che si può la via, come fanno i matematici moderni, che tendono a rendere l'uso dei segni più raro, affidando molti processi al raziocinio; quindi si simplificano le formule.

Poichè i segni non hanno efficacia nelle nostre operazioni intellettuali se non indirettamente, cioè in quanto si riferiscono alle sensazioni originali che abbiamo subìte, bisogna sempre dimostrare, in tutte le maniere d'istruzione che si danno coi segni, la realtà cui si riferiscono; e, nel caso, che col mezzo di

questi segni si arrivi a risultati nuovi per la mente, così che questi si attribuirebbero ai segni, bisogna far vedere come succeda prima questo nella realtà, e per quali ragioni si arrivi a conoscere queste verità reali col mezzo dei segni.

I computi che prima si imparava a fare coi sassolini, dove il numero delle pietruzze corrispondeva al numero reale delle cose delle cui quantità premeva conoscere il rapporto, si apprendono ora, come abbiamo notato, ciecamente per formule di segni collettivi di differente valore secondo la loro collocazione, la pratica delle quali formule dà risultati veri, cioè perfettamente uguali a quelli che succedono nei rapporti di aggiunta e di sottrazione alle quantità in natura. Si apprendono quindi le formule dogmaticamente, senza domandarsi come avvengano quei risultati che ci fanno scoprire più brevemente coi segni arabici delle nozioni che si potrebbero acquistare coi sensi. Quelle formule servono per l'uso della vita e questo si crede bastare; ma non si pensa al difetto della mente di chi adopera quelle formule senza conoscere perchè l'uso di quei segni in quella data maniera (durante l'impiego dei quali il computante si abbandona a quelli come un cieco alla sua guida fedele) dia risultati corrispondenti alla necessità reale. Dal fatto reale a ciò che si ottiene col mezzo delle formule evvi un abisso, per l'ignoranza tanto del perchè così succeda con quegli schemi di cifre, quanto, e più, del modo come si pervenne ad inventarli. Quest'ignoranza, come in ogni caso, è già un gran danno per sè assolutamente, ma qui si aggiunge quello d'indurre una soggezione alla cieca abitudine nell'accettare dei precetti, soggezione dannosissima, e in questo caso appunto, perchè questi precetti, di cui non potete spiegarvi la ragione, vi conducono a soddisfare la vostra curiosità infallibilmente, onde vi trovate oppresso da una specie di mistero potentissimo: non è meraviglia che perciò nelle idee e nei terrori che gli idioti hanno della magia c'entrino sempre i numeri. Tanto più è dannosa, quanto l'apprendimento di quelle formule misteriose e possenti succede nella prima età, e, continuando a servire nei bisogni della vita, di rado viene il momento di porsi a riflettere su quelle formule, ad investigare la ragione per cui danno quei risultati. Tutto succede perchè è tronca per lunghissimo tratto la continuità dalle origini di quegli accorgimenti delle generazioni antichissime sui fatti di rapporto delle quantità reali tra loro, e dalle origini dei segni per rappresentarle, col progresso del servigio diverso attribuito a quei segni, d'onde la speditezza nelle deduzioni. È per l'apprendimento di quelle formule così senza che se ne spieghi la ragionevolezza analiticamente e storicamente, che i giovanetti di vivace ingegno per lo più in matematica restano indietro; se anche non hanno l'esplicita conoscenza della causa della loro avversione, quell'obbedienza meccanica ad operare sopra le cifre per le cifre stesse non può che disgustarli: invece vi riescono i giovinetti pazienti che non istudiano, se non perchè il maestro dà la lezione da imparare a memoria. La restituzione quindi di questa continuità dall'origine, e la dimostrazione analitica del modo in cui i risultati delle formule

eseguite colle cifre vengano a convenire con ciò che succede nella necessità, toglierebbe l'inerzia intellettuale per questa parte, e invece di approfittare di un enigma, segnerebbe il parallelismo tra i fatti esteriori oggettivi e le operazioni della mente che giunge ad ajutarsi con monumenti temporarii. Si dovrebbero analizzare i rapporti tra la realtà numerica, i fatti di somma e di sottrazione, e le pratiche di calcolo coi segni arabici. Nella sottrazione, quando il numero dal quale si deve sottrarre è inferiore a quello da sottrarsi, si toglie da quello che lo precede una decina.

p. es. in 27
19

sottraggo il 9 al 17 e quindi resta del 2 solo 1. In natura il numero che sottrae non va oltre al saziarsi sui numeri positivi, non prende di più; p. es., se da *ventisette* debbo sottrarre *nove,* oltre prendere tutto il *sette,* tolgo *due* dal *venti,* ma non già *dieci*. Come avviene questa diversità di processo tra la natura, e il calcolo fatto coi segni, mentre il risultato si nell' una maniera che nell'altra è identico? Egli è pel valore differente accordato agli stessi segni secondo il posto che occupano, onde ogni numero è solo confrontabile con quello che gli è sovrapposto,

p. es. in 27
19

7 e 9 rappresentano delle unità, ed 1 e 2 rappresentano delle decine. Se dunque nella sottrazione fatta col calcolo a segni arabici io, per pareggiare il conto pel 9 da sottrarsi, togliessi oltre il 7, due dal 2 (che là rappresenta 20) resterebbero nel posto delle decine otto unità, onde quando fossi a sottrarre 1 dal numero restato dieciotto, vi sarebbero otto quantità d' altro ordine, da quelle a cui può confrontarsi quell' 1 rappresentante una decina, e queste otto quantità sono dell' ordine delle unità, cioè di quelle che devono pel valore della collocazione dei segni essere poste a destra. È la stessa ragione per cui nella somma, quando i numeri sommati nella prima linea a destra superano la decina, si riportano a mente per la somma della linea contigua a sinistra:

p. es. in 25
57
39

sotto alla prima linea pongo 1

(anzi che 21) e sommo il 2 con 3, 5, 2, onde pongo il risultato dodici, segnando intanto il 2 nel posto delle decine, e istituendo una nuova linea a sinistra delle due che già vi sono, nella quale i numeri rappresentano un nuovo valore, cioè di centinaja.

Tra i segni, quelli più usati, e dei quali dunque è maggiore probabilità di subire l' influenza, sono le parole: dalla conoscenza quindi della cui entità e ser-

vigio si devono dedurre delle massime per l'apprezzamento di quelle, e per guardarsi dai danni del loro uso. Bisogna pertanto attendere di non essere illusi dalle fallacie esibite dal linguaggio, dove gli stessi segni servono tanto per indicare i fatti soggettivi come gli oggettivi. Che se noi prendiamo questi segni riferibili solo alla soggettività, cioè alla coscienza speciale di dati individui, per segni corrispondenti alla realtà oggettiva, siamo sulla via dello smarrimento, nella quale è tanto più difficile che ci accorgiamo d'essere, quanto più vi siamo inoltrati: e allora prendiamo per cosa sublime quello che è effetto di disattenzione al modo in cui abbiamo subito le percezioni. Così avviene tante volte che delle frasi sinceramente parlate vengano poi a riuscire tesi di assurdità, per colpa di chi le riceve; mentre chi le ha prima proferite non intendeva se non d'indicare fatti naturali. Ora poi su queste interpretazioni sbagliate ostinandosi, non solo si piantano gli assurdi che da tali interpretazioni immediatamente derivano, ma sì si tesaurizzano come dei precedenti che servono di modello e d'autorità per crearne degli altri scientemente.

Dalla conoscenza dell'entità dei segni, ne viene la rettificazione della stima che si fa della forma, dai pedanti di lingua, in rapporto del concetto.

Conosciuta l'entità della parola come segno promiscuo, che tale riesce per la contemporaneità del suo uso colle impressioni subite, si determina lo scopo di studio nelle lingue morte; deve cioè essere per la conoscenza della rappresentanza di quei segni, per capire gli antichi; ma deve arrestarsi là, non farne un'applicazione d'uso, cioè per parlarle, perchè sarebbe tempo perduto, non facendo bisogno per intendersi coi vivi. Non sarebbe da esercitarsi nell'uso di quelle, se non nel caso che per convenzione universale se ne sciegliesse tra tali lingue una per lingua universale in date opportunità, come in commercio, in diplomazia, in scienza.

La rettificazione fondamentale che occorre nel metodo d'istruire si è, che, mentre ora si comincia dall'apprendere i segni (grammatica, aritmetica, storia, letteratura ec.) prima delle cose; non si deve mai apprendere nessun segno per sè solo, ma o deve aver preceduta la conoscenza quanto più completa è possibile della cosa a cui il segno si riferisce, o si deve ad ogni occasione del segno far conoscere la cosa nella miglior maniera, immediata, se è possibile, come p. es., se si tratti del nome d'un animale che si possa aver qui, mostrare l'animale, o se l'animale non vive nei nostri climi, mostrarlo imbalsamato, od uno fatto ad arte simile al vivo. Così in aritmetica, nessuna operazione s'insegnerà per formula, se prima non siasi mostrato il fatto necessario con tanti corpi reali d'una data forma, p. es. per i numeri singoli, tante palle, pei decupli, tanti aggregati di dieci pallottoline ec. Quando con questo metodo siasi fatta vedere la necessità dei risultati (che poi si trovano colle formule) nelle quantità più piccole, è chiaro che si può far dedurre che lo stesso succede in quelle grandissime di

milioni, trillioni ec. ed in quelle indefinite, quando si conosca il rapporto dei loro dati.

I segni non hanno tutti lo stesso grado d'efficacia: essi vanno scadendo in questa di mano in mano che si allontanano dal fatto sensorio. P. es. una narrazione d'un fatto di cui si ebbero altre volte esperienze sensorie serve di segno mnemonico assai più efficacemente che non una regola, la quale pure sia dedotta da date categorie di fatti già noti. Perciò in ogni insegnamento, finchè è possibile, se questi fatti sono sensibili, si devono riprodurre innanzi agli atrii sensorii a cui possono riferirsi: nella loro cognizione sta la scienza maggiore possibile: chi ha quella, ha la scienza: chi invece ha la regola senza i fatti, ha un ingombro di più nell'intelletto. Meglio dunque assai sapere i fatti e non averli sommati, d'onde averne tratta la regola, che saper la regola (che fu dedotta da quelli) senza conoscere i fatti da cui fu dedotta.

Se i fatti non sono sottoponibili ai sensi, p. es. fatti storici, la narrazione avvicina alle sensazioni relative (per la grande associazione di quelle parole che servono a narrarli, coi fatti sensorii singoli di cui si costituisce l'avvenimento narrato) onde è sempre più efficace della regola, la quale riassume queste narrazioni in astratto e quindi è molto lontana dall'azione sensoria, senza della quale non v'ha nozione.

Dalla nozione esatta dell'ufficio delle parole, ne viene l'apprezzamento adeguato che si deve fare della lettura, la quale ora si stima assai più della sua utilità: dappoichè, essendo segno di segno, scade indefinitamente dal vantaggio dell'applicazione immediata dei nostri sensi o della nostra mente ai fenomeni oggettivi e soggettivi. La lettura non può considerarsi se non come una sostituzione imperfetta, manchevole, all'applicazione diretta dell'individuo coi proprii mezzi.

Noi impariamo le parole e cosa vogliono dire, perchè dassi di quando in quando l'opportunità di coincidenza di udire quelle date parole e vedere succedere tali fatti o indicarsi tali oggetti. E in ogni origine di significato delle parole, si fu perchè furono pronunciate contemporaneamente a date circostanze, od alla presenza di dati oggetti, onde, al riudire quelle parole, ci si associa la memoria delle circostanze in cui furono da noi udite. Quando s'abbia quindi ad imparare una lingua straniera, il mezzo vero, naturale è quello di versare fra quelli che la parlano, per l'opportunità appunto di questo processo di udire le parole contemporaneamente alla vista delle cose e dei fatti, alle esperienze sensorie in somma che tali parole vogliono dire, indicare. Quegli invece che non può se non istudiarla sui libri, non ha compresenti le cose e i fatti in serie paralella alle parole che legge; sicchè, quando si affaccia ad un libro scritto in lingua straniera, la scena contemporanea è affatto indifferente a quello che vuole indovinare, e tutte le sue reminiscenze gli sono inutili, perchè non sa quali di queste

sieno quelle corrispondenti a quelle indicate nel libro, su cui studia: quegli invece che versa tra la gente che parla la lingua straniera, molte volte non ha di nuovo se non il suono della parola, perchè il significato lo indovina dalla circostanza. Quegli pertanto che non ha opportunità di conversare colle persone parlanti la lingua straniera ch' egli vuole apprendere, deve cercare di avvicinarsi con artifizii a far sì che la lingua ch' egli vuol apprendere agisca sopra di lui secondo il rapporto unico per cui viene capìta ogni lingua, cioè che le parole agiscano sopra di lui come segni, che quindi si riferiscano a cose ch' egli già conosce, gli suscitino delle ricordanze, e quelle stesse che suscitano alla gente di quella lingua. Deve quindi nei principii affacciarsi a libri dove sa periodo per periodo quello che vogliono dire. Se p. es. in un dato periodo sa che deve entrare il nome d' un dato oggetto e che in un altro periodo pure si ripete, egli andrà a trovarlo dal fatto di vedere una data parola stessa nei due periodi, e confermerà il suo sospetto cercando in tutti gli altri luoghi dove tal oggetto si nomini, e così, moltiplicandosi i fatti di riscontro tra le nozioni che ha e le parole che devono essere in quel libro, egli si porrà nello stesso caso di colui che sente a nominare un oggetto e nello stesso tempo vede l' oggetto cui si riferisce il nome. Ma di più quegli che impara la lingua sui libri, oltre questo discapito che ha in confronto di quello che l'apprende versando tra la gente che la parla, ne ha un altro accessorio, che non ha a fare coll' entità della lingua. Uno che non sa una lingua ha due incognite integranti nella parola, il *suono* delle parole e i loro *significati*. Quegli che è costretto ad imparare la lingua ignota sui libri, può avere una terza incognita, *il modo in cui una parola si pronuncia:* egli vede dei segni grafici che vogliono indicare una data successione di suoni, ma non sa quali sieno. Questo è ovvio anche conoscendo i caratteri di date nazioni, che lasciano incerti, come p. es. il turco. Per rendere più avvicinabile anche questa incognita, che fa più aspra l' introduzione stessa prima di arrivare a ciò che si cerca, bisogna valersi sempre del processo naturale stesso dei segni nell' intelligenza, cioè che i segni sono sempre posteriori a ciò che sta nella mente dell' individuo. Perchè i Turchi leggono bene nelle circostanze relative quei caratteri che per sè sono ambigui, dovendosi ora aggiungere, ora togliere, ora dare un suono differente alle stesse figure? Perchè già sanno prima la parola, onde quei segni imperfettissimi non ponno far dir loro in quel dato sito se non quella tale parola. E questo fu appunto il processo per cui di mano in mano si andò leggendo nelle lunghe epoche degli stadii d' imperfezione degli alfabeti. Ebbene, il lettore dunque straniero di faccia a scrittura straniera si deve preparare così che quella scrittura serva a lui di segno di parole che già sa: perciò egli andrà a cercare nei libri i nomi proprii a lui noti. Non v' ha libro che meglio possa servire a questi profitti della Bibbia. Le sue narrazioni, i suoi concetti sono tra le più antiche suppellettili della nostra mente: è divisa per piccoli membretti, numerati, onde si può fissare la corrispondenza

precisa di data parola della lingua che si vuol apprendere, con data altra: ha una copia lessicale ricorrente di ciò ch'è più ovvio nell'umano consorzio; ha migliaja di nomi proprii.

Pel rapporto unico del segno colle cose, che cioè deve essere posteriore alla conoscenza delle cose stesse, si deduce che nell'insegnare a leggere al discepolo, si deve porgere parole a lui già note e possibilmente che gli sieno pur note le cose nominate p. es. *mamma, babbo,* e i nomi proprii delle persone di casa, poi degli oggetti di maggior uso.

Credo che i miei lettori avranno cominciato a sospettare quanto guasto abbia portato e porti nell'intelletto umano il modo d'educazione che si è usato finora: serva questo di avviamento a penetrare nella dimostrazione esplicita di un'altra tesi che a questa si continua, cioè della eterogeneità delle dottrine dalla scienza.

AGGIUNTE

a pag. 60 l. 26 dopo — *fingo*, si aggiunga — Anche *Ciera, cera* (it.) = aria del volto fu prima nome delle immagini delle persone (lat.), *cerae*, perchè facevansi di cera (Plin. N. H. L. XXXV. c. 2): onde in Iuvenale Sat. VIII v. 18

« Tota licet veteres exornent undique *cerae*
Atria, nobilitas sola est atque unica virtus ».

Figure (fr.) e *cera, ciera* (it.) alludono ad una occasione identica: l'artista in cera dicevasi *fictor*. Cic. De Nat. Deor. L. III, Fragm. conservato da Lactant L. II. c. 9 « *fictor e cera* » la prima forma del verbo *fingere* è quella persistente in *figere* = congelare, appunto relativo alla natura della cera, che dallo stato liquido e molle passa per l'abbassamento di temperatura allo stato solido.

a pag. 86 l. 6 dopo — facevano morire; — si noti — Clement. Alex. Stromat. I c. V, p. 34.

a pag. 102, nota 3. Neppure l'orecchio dei Latini, già fino dal tempo di Plauto, distingueva, in simili casi di *māla* e *măla*, lunga da breve. Nel Miles Gloriosus. A. IV. Sc. VII. v. 25 si giuoca sulla parola *ămāre*, verbo, come se fosse *ā măre*

« *Măris* caussa hercle istoc ego oculo utor minus.
Nam si abstinuissem *ămāre*, tanquam hoc uterer ».

a pag. 110 l. 15 dopo — spica — La persuasione che i gruppi di stelle di cui risultano le costellazioni avessero figure corrispondenti ai loro nomi di Toro, di Leone ec. è esplicita nei versi di Cicerone. Fragm. v. 158, dove parla delle stelle che sono tra il Timone della Nave e la Lepre:

« . . . . . his neque nomen,
Nec formam veteres certam statuisse videntur.
Nam quas sideribus claris natura polivit,
Et vario pinxit distinguens lumine formas,
Has ille astrorum custos ratione notavit,
Signaque signavit cælestia nomine vero:
Has autem, quæ sunt parvo cum lumine fusæ
Consimili specie stellas, parilique nitore,
Non potuit nobis nota clarare figura. »

DE LAVDIBVS

LEOPOLDI PILLAE

ORATIO

HABITA III IDVS NOVEMBR. A. MDCCCXXXXVIII

IN ACADEMIA PISANA

QVVM

DISCIPLINARVM STVDIA SOLLEMNITER INSTAVRARENTVR

OCTAVIANO FABRICIO MOSSOTTO

V · C ·

COOPTATO INTER SENATORES REGNI ITALICI

E PROCERIBVS ORDINIS EQVESTRIS MAVRITIANI LAZARIANI

EQVITI BENEFICIARIO ORDINIS CIVILIS SABAVDICI

EQVITI IOSEPHIANO OB MERITA

DOCTORI GEODAESIAE ET MECHANICES CAELESTIS

IN ACADEMIA PISANA

MICHAËL FERRVCCIVS

Ego vero quum oratiunculam, quam quattuordecim fere abhinc annis exaravi, paullo postquam a ferro et acie discesseramus, atque in sollemni Academiae nostrae conventu, doctrinarum studia ex veteri more institutoque auspicaturus, e superiore loco recitavi, in vulgus emittere haud inopportune quidem, ut arbitror, constituerim, eandem nisi tibi, Mossotte mi praestantissime ac suavissime, inscribam, non solum mihi ipse displiceam, sed in omnium tum collegarum, tum amicorum, quos communes habemus, iustam reprehensionem incursurus mihi videar. Cuinam enim potius, quam tibi illam deferrem, quae quum in Pilla nostro laudando potissimum versetur, laudes etiam necessario complectitur strenuissimorum adolescentium, qui nobiscum una profecti et contra infestissimos italicae libertatis hostes pro aris et focis acerrime praeliati, praeclaram enimvero et invidendam, sed patriae, optimis disciplinis bonisque omnibus calamitosam mortem in ipso pugnae ardore occubuerunt? Atqui nemo est quem fugiat te nostrae cohortis ducem praefectumque egregium in tumultuaria illa expeditione fuisse; tuaeque adeo virtuti sapientiaeque acceptum referendum quidquid decoris et laudis ex castrensi disciplina constanter servata, ex invicta diuturnaque omnis generis laborum patientia, ac demum ex fortiter propulsato maximarum in nos irruentium copiarum impetu domum reportavimus. Cuius quidem memorandi

praelii, quod quarto Kalendas Iunias anni millesimi octingentesimi quadragesimi octavi pugnatum est, quum recordor (recordor autem persaepe), fieri non potest quin et simul recorder, summum te in illo vitae discrimen adiisse; ut, re cunctis palam facta, quam ego primus omnium, quum Curtatone recederemus, animadverti, te nobis, prope dicam, divinitus servatum putaverimus: et admirabundi propterea sagum tuum, qua imas costas ad sinistrum latus contegebat, plumbeae glandis ictu perforatum, glandemque ipsam in suppositum sagi sacculum nulla prorsus tui offensione delapsam contueri minime desineremus. Proinde acerbissimi moeroris, quo ex recenti nostrorum amissione cuncti premebamur, haud mediocre quidem levamentum ex mirabili tua incolumitate allatum nobis est. Tu enim ut propter eximiam in mathematicis physicisque disciplinis doctrinam non solum apud nostrates, verum etiam apud exteros iure meritoque celebraris; sic omnium, qui te norunt, animos tua ista ingenita mansuetudine, oris sermonisque suavitate et insignium virtutum, quae in te elucent, modestiae in primis commendatione mirum in modum tibi devincis. Hinc profecto factum est, ut adolescentes nostri, quum perspicere in te clarissimum quasi lumen ingenii, consilii, humanitatis persuasum iis esset, te studiose colerent, te summopere diligerent, dicto tibi audientes essent iussisque tuis propensa voluntate obtemperarent. Adeo iustam

ubique venerationem habet quidquid excellit! Mihi porro de militari nostro labore cogitanti non tam gloriosum videri solet, me arma pro patriae libertate recuperanda sumpsisse, quam honorificum, me tibi, tanto scilicet viro, omnium viarum periculorumque tunc socium et saepe etiam contubernalem fuisse, meamque tibi operam quum in epistolis actisque conscribendis, tum in castrensibus muneribus obeundis pro virili parte navasse. Ad quem quidem honorem magnus, ita vivam, cumulus modo accedet, si oratiunculam hancce, quae iam tua est, quod de iis factis agit, quorum tu ipse pars maxima fuisti, in tuo nomine apparere sinas. Quod ne sis facturus, minime vereor; ut tamen facias, pro veteri nostra amicitia mutuaque benevolentia tanto studio abs te peto, ut maiore non possim. Cura ut valeas non tam tuo bono, quam Italiae nostrae decori atque ornamento (1).

E Bibliotheca Academiae Pisanae
III. *Kal. Iunias a.* MDCCCLXII.

Tutari Italiam, detrudere finibus hostem.
VIRG. Aen. VII. 459.

. . . egregias animas, quae sanguine nobis
Hanc patriam peperere suo, decorate supremis
Muneribus . . .
Idem ibid. XI. 25.

Nihil hominibus ab auctore bonorum omnium Deo patria iucundius, nihil carius esse tributum nemo est qui nesciat; quum nemo inveniatur, cui parentes, liberi, propinqui, familiares, commoda quibus utitur, lux qua fruitur, spiritus quem ducit, pergrata non sint atque dulcissima. Hinc factum est, ut quam gravissimae apud omnes gentes constitutae sint in eos poenae, qui aeternae huic naturae legi repugnantes nefario se patriae parricidio obstrinxissent; insignibus e contra praemiis amplissimisque honoribus sint decorati qui patriae se totos dedissent, in eamque vel conservandam vel augendam ingenium, studium, industriam, diligentiam, laborem quacumque ratione contulissent. Itaque fuit illud sapienter in Graecorum mores invectum, ut qui cives egregie fuissent de republica meriti, ii inter urbium conditores recenserentur, eorumque memoria monumentis omne genus posteritati commendata annuis etiam laudibus, annua ludorum celebritate deorumque ipsorum honore consecraretur. Nec sane iniuria; nulla enim re magis virtus humana nobilitatur, quam aut homines dispersos ac dissipatos in una moenia congregando, aut conditas urbes optimis legibus institutisque tum ad bonorum felicitatem, tum contra improborum audaciam libidinemque muniendo ac firmando. Sic Thesei, Solonis ac Periclis Athenis, Lycurgi ac Theopompi Lacedaemone, Rhadamanthi ac Minois in Creta, Pittaci Mitylenis, aliorumque alibi pervulgata ac celebrata nomina. Sic civilis Graecorum prudentiae aemuli atque imitatores Romani Romulum, cuius auspiciis prima Vrbis iacta fundamenta, et Numam, cuius diuturna pax iuris et religionis civitati magistra fuit, perpetua pietate coluerunt. Nec minore studio sunt prosequuti L. Iunium

Brutum, ducem illum et auctorem regii dominatus a civibus suis depellendi; Marcum Tullium autem, quod Catilinariae coniurationis tela in consulatu retudisset, primum omnium patriae parentem, mirifica et ante illum diem inaudita consensione nominaverunt. Iam vero, quotiescumque ad externorum hostium vim patriae libertati infensam propulsandam, vel ad publicas iniurias ulciscendas armis decertare oporteret, nulla erant decoris ornamenta, nulla laudis insignia, quibus, re bene gesta, quum victor exercitus, tum maxime praestantiores belli duces non publice honestarentur. Huc scilicet pertinebant gratulantium populorum occursationes, plausus, acclamationes: huc festi dies indicti et supplicationes ad deorum pulvinaria decretae; huc ovationes et triumphi, quibus Romana Respublica nihil habuit unquam splendidius, nihil magnificentius; huc etiam parta imperatoribus e devictis gentibus cognomina, hereditario iure eorum quoque liberis posterisque transmittenda. Quae pleraque quum temporaria essent, publica insuper monumenta persaepe accesserunt, quibus maneret fama defensae, maneret exemplum patriae defendendae. Hinc illae in celeberrima Athenarum porticu, quae Poecile vocabatur, depictae pugnae; tropaea ex manubiis hostium constituta; ad hoc templa, arcus, simulacra, anaglypha, columnae, inscriptiones, nomismata; quorum haud pauca vetustate nondum obruta, nec barbarorum iniuriis funditus deleta, studiosissime ab archaeophilis inspiciuntur atque illustrantur, veterumque historiarum auctoritatem plane confirmant. Neque tamen inglorii omnino dimittebantur, qui duces milites que fortiter dimicantes praelium minus prosperum fecissent: ne scilicet fortunae potius, quam virtuti deferri praemia viderentur. Qui vero magnae animae prodigi in acie cecidissent, iis non solum publice parentabatur et amplissima sepulcra decernebantur, sed ellogiis etiam scriptisque omnis generis eorum nomina et res praeclare gestae consignabantur, ut strenuissimorum civium memoriam exciperent omnes anni consequentes, ac nobilibus exemplis excitati cives vitam et ipsi pro patria profundere, ubi occasio daretur, minime dubitarent. Ita enim natura omnes comparati sumus, ut ad magna quaeque suscipienda non tam ipsa rerum praestantia, quam insignium virorum aemulatione commoveamur. Quapropter quicumque hanc laudis et gloriae mercedem, quantum in eo situm est, virtuti rependere negligit, dupliciter is peccare nobis videtur; primum quidem quod debito officio iustaque gratia bene merentes fraudat; mox etiam quod domestica decora posteris ad imitandum proponenda in tenebris patitur iacere. Quorsum spectet haec mea tam alte ac tam longe repetita oratio, vel me tacente, probe iam intelligitis, Collegae praestantissimi, Auditores quotquot estis spectatissimi. Scitis enim omnes quantum damni fecerit Academia nostra in pio ac necessario bello, quod libertatis desiderio et odio diutinae servitutis contra immanissimos hostes italici nominis nuperrime gestum est. Amisimus collegam egregium, cuius fama doctrinae longe iam lateque percrebuerat; amisimus lectissimos adolescentes complures, qui hic apud nos in eodem sapien-

tiae domicilio ad certam patriae spem et ornamentum educebantur. De eorum igitur ac potissimum de collegae nostri Leopoldi Pillae laudibus in huius diei locique celebritate nonnulla commemorare qui constituerim, consilium a vobis meum haud improbatum iri confido. Nostrum enim esse existimavi, antequam intermissam studiorum rationem de more repetamus, animabus carissimis suprema parentantium officia persolvere, et eximiam virtutem veteribus Italiae temporibus prorsus dignam omnis posteritatis memoriae pro viribus commendare.

Animorum ingeniorumque naturale quoddam quasi pabulum esse considerationem contemplationemque naturae, insigne est veterum philosophorum effatum. Indagatione enim ipsa rerum tum maximarum, tum etiam occultissimarum, quibus haec universitas continetur, erigimur et clariores fieri videmur: quum haec inspicere, haec discere, his incumbere nihil revera sit aliud, quam supra mortalis vitae conditionem attolli, atque ad tantorum operum parentem effectoremque Deum, quantum homini licet, accedere. Ex quibus studiis quum plurimum utilitatis iam inde ab antiquissimis temporibus generis humani societati sit comparatum, nihil est profecto quod miremur disciplinas disciplinarum procreatrices ex constanti diuturnaeque naturae investigatione in tantum crevisse, ut omnium numerum inire, singularum originem reperire, partitionem facere maximi subtilissimique ingenii sit. Illud potius mirandum videtur in tam veteri et nunquam intermisso physices excolendae ardore, in tam multiplici doctrinarum ad eam pertinentium varietate, doctrinam quae tota in eo est, ut Telluris, quam inambulamus, quam incolimus, quam assidue prae oculis habemus, observet explicetque extimam intimamque constitutionem et gravissimas vicissitudines, quibus quum recens adhuc, tum posterioribus aetatibus vel universa, vel modo hac, modo illa sui parte fuit obnoxia, sero admodum Geologiae nomine in lucem prodiisse, ac doctorum investigationes et studia excitasse. Cuius quidem scientiae gloriosum semper Etruriae erit prima quaedam hic sparsisse semina Nicolaum Stenonem Danum, qui a Magno Duce Ferdinando II., summa honoris significatione, Florentiam accitus et in Mediceorum aula perdiu versatus, ad Zootomiam et Naturalem Historiam sic animum appulit, ut multa antea incognita invenerit, illustrarit. Ille enim postquam in libro, cui titulum fecit *De solido intra solidum naturaliter contento,* omnium primus docuisset, primigeniae telluris superficiem, quam primitivam terram nomine designavit, distinguendam omnino esse a superinductis integumentis seu stratis, quae turbidi maris sedimenta sibi invicem imposita, ut eiusdem verbis utamur, secundarias terras appellavit; sententiam suam re ipsa comprobandam suscepit, ostendens sex distinctas Etrusci soli facies ex ea quae modo apparet facie, sex magnis aetatibus, fuisse collectas. In quo sane post tanta allata doctrinae lumina et subsidia consentiunt vel hodie geologi universi. Non est huiusce loci neque instituti mei demonstrare, nostratium praesertim ingenio et sollertia Geologiae fines latius propagatos: id tamen minime

praetereundum censeo, singularem hanc italici nominis gloriam saepius a Pilla nostro in suis scriptis ab exterorum oblivione an invidia naviter fuisse vindicatam. Adeo patriae dignitatis fuit ille in re quaque adsertor et propugnator acerrimus, ut vel Geologiam ipsam pro summa, qua in Italiam flagrabat, caritate prae ceteris disciplinis dilexisse atque adamasse videatur. Etenim saepenumero, Italiam nostram ob igniferos quos in se habet montes, ob complura quae vel hodie in Apennini tractu manifesto apparent veterum incendiorum indicia, ob innumeras demum quae diligenter perscrutantibus ubique occurrunt subterraneas divitias, cunctis regionibus praeponendam esse et scripto et voce affirmavit. Quod argumentum quum aliquando is mihi in sermone iniecisset, illum animadvertisse memini, hanc Italiae propriam laudem Virgilium ipsum non latuisse, quippe qui in divina illa Italiae commendatione cecinerit:

Haec eadem argenti rivos aerisque metalla
Ostendit venis atque auro plurima fluxit.

Quos quidem versus quum recitasset, continuo addidit, aeris, argenti aurique rivos in montium venis ostendisse Italiam a Virgilio ea de caussa praecipue dictum, quod, ut eruditissimus Heynius recte observavit, certis tantummodo vestigiis id appareret; metalla autem exercere, teste Plinio, interdictum vetere consulto patrum, Italiae parci iubentium. Hinc italos homines magnopere hortabatur, ut domesticos nativosque thesauros ab exteris tantum investigari, cognosci atque in lucem efferri per socordiam desidiamque ne sinerent: eosque ad hanc laudem capessendam eo acrius stimulabat, quo manifestius in dies patet civilem sapientiam et reipublicae commoda naturalium disciplinarum progressu haud mediocriter adiuvari et provehi. Neque stimulabat tantum, sed exemplo ipse omnibus praeibat. Nam quum Venafro, ubi ortum duxerat, atque ingenue fuerat a pueritia educatus honestisque artibus ad omnem humanitatem institutus, Neapolim mature venisset, Metallologiae et Geologiae studio, in quo et pater eius fuerat non sine laude versatus, adeo captus est, ut in illo uno quasi tabernaculum vitae suae collocare decreverit. Quapropter nihil prorsus aliud agebat, nihil cogitabat aliud, nisi de disciplina sua novis inventis augenda conformandaque; de eiusdem amore in studiosae iuventutis animis, quam privatim erudiebat, instillando; de terrarum, lapidum, aliorumque corporum, quae montes ignivomi, Vesevus in primis, eiectant, collectione, quam domi suae comparare coeperat, amplificanda atque in numerum digerenda. Et uberrimum sane tulit is laborum, peregrinationum et vigiliarum suarum fructum: nam compluribus in lucem editis scriptis, quibus palam ostendebatur quanta esset illius ingenii vis, quantum in naturae arcanis indagandis proferendisque acumen et sollertia, brevi effectum est, ut viro eximio Matthaeo Todio, quem in Lyceo magno Neapolitano Metallologiae

et Geologiae doctorem amantissimum habuerat, adiutor daretur, et non modo in patria cum primis inclaruerit, sed etiam extra Italiae fines eius nominis fama pervaserit. Non is profecto sum, Auditores, qui tantum mihi sumam et arrogem, ut de Pillae operibus iudicium feram. Ferent qui eidem ac ille disciplinae vacant, ferent quicumque, praeter me, eiusque singularem in Geologiae scientia praestantiam nec vulgaria in eandem promerita declarabunt illi quidem scite, intelligenterque extollent. Mihi huiusmodi doctrinarum plane rudi et ignaro satis fuerit unam hanc eius laudem ob oculos ponere, quae quo rarior in physicarum rerum scriptoribus occurrit, eo pluris, ubi in aliquo reperiatur, aestimanda mihi videtur, scriptionis nempe nitorem et elegantiam. Cuius quidem virtutis assequendae cupiditate se inflammatum sensit, quemadmodum ipse mihi ingenue fatebatur, et quum ineunte adolescentia politiori humanitati operam dabat, et quum aetatis progressu in familiaritatem venit ac disciplinam Basilii Puoti Marchionis, viri de litterarum studiis, italicarum praesertim, si quisquam alius, benemerentissimi. Huius scilicet praeceptis consiliisque usus latinos italicosque optimos scriptores in deliciis perpetuo habuit, ac quidquid temporis ex gravissimis doctrinae suae commentationibus supererat, id totum animo eorum lectione reficiendo recreandoque impertire solebat. Nullum vero praeterlabi diem patiebatur, quin Virgilii vel Dantis carmina aliquot perlegeret et saepe etiam memoriae mandaret; quippe qui humanitatis studia quum praestantissima ipsa per se, tum multum delectationis et iucunditatis habere; in ceteras porro disciplinas atque artes plurimum splendoris atque adiumenti ex iis proficisci arbitrabatur. Et recte quidem: quemadmodum enim ex rerum cognitione efflorescit et redundat oratio, ita ex copiosa eruditaque oratione rerum scientia et gravitas, quaecumque subest, omnis deprehenditur et clarissima luce enitescit. Nonne hoc idem sentiebat vir totius antiquitatis doctissimus atque omnium philosophorum gravissimus Plato, qui auditores suos, antequam eius scholam ingrederentur, Gratiis sacrificare iusserat? Atque is profecto, quum longe omnium, quicumque de philosophia scripserant, et suavitate et gravitate princeps exstiterit, Homerus philosophorum a Panaetio est appellatus. Quid, quod et Iovem sic dictitabant philosophi, si graece loqueretur, loqui. Nonne vel in hac accurate exquisiteque de difficillimis rebus scribendi facultate, Platonis vestigia, ut in plerisque aliis, persecutus est maximus ille physicarum doctrinarum amplificator ac vindex, idemque Italiae universae nedum Pisanae Academiae ornamentum longe splendidissimum, Galilaeius, de cuius e marmore simulacro hic tandem potiore sede recepto parietes huius aulae sibi gratulari videntur? Quam velim, quotquot huc ad graviores disciplinas perdiscendas confluitis, optimi adolescentes, quam velim, inquam, illud habeatis exploratum, nullam esse adeo severam, nullam adeo abstrusam doctrinam, quae orationis apto concinnoque cultu exornari, luminibus distingui nequeat: tota via errare qui vobis temere blandientes persuadere conantur litterarum studia leve

quiddam esse ac nugatorium, nihil haec omnino philosophiae, iurisprudentiae, medicinae, mathesi, physicae conducere; unam in scribendo naturam ducem, non eam arte temperatam sequi oportere. Tamquam si aliunde ars, quam a natura manaret, ipsiusque naturae munera corrumperet, non vero absolveret perficeretque. Quid est hoc, nisi quum nitido ornatoque possis, incondito horridoque sermone tuae mentis sensa consiliaque efferre, nisi inventis ad vescendum frugibus, glandem praeoptare? His novae et perfacilis enimvero doctrinae auctoribus minime assentiebatur Pilla, cui, ut supra attigimus, haud aliter ac Tullio, videbatur, quidquid litteris mandetur, id commendari omnium eruditorum lectioni decere: nec, si ipsi minus consequi possumus, idcirco minus id ita faciendum esse sentimus. At vero egregia Pillae virtus adeo Principis nostri animum perculit, ut in huiusce Academiae instauratione eum prae ceteris adlegerit, cui recens institutum Metallologiae et Geologiae magisterium deferretur: quod quidem nescio Pillaene an ipsi Principi gloriam pepererit maiorem. Huic certe acceptum referet perpetuo Academia, quod quum Pilla Pisas Neapoli concessurus aegre se a Museo tamquam a studiorum suorum fidissimo teste, adiutore et socio divelli pateretur, illud statim sapienti consilio Princeps munificentissimus huc asportari, et discendi cupidae iuventutis emolumento, Academiae splendori ac dignitati obsequutus, Pisano Naturalis Historiae Museo adiici iusserit. Pilla autem quam doctor designatus concitaverat exspectationem sui, eandem, quum primum docendi munere fungi apud nos coepit, non sustinuit modo, verum etiam longe multumque superavit. Quod munus quanta mentis acie expleverit, quanta orationis copia et perspicuitate, quanta diligentia, qua virtutes reliquae omnes continentur, satis verbis explicare non possumus. Haud verear tamen, ne quisquam praeconcepta in collegam et amicum desideratissimum opinione ductum me veritati vel minimum addere insimulet, si affirmavero, paucos Pillam in ea laude habuisse pares, superiorem neminem, quando plerosque vestrûm, qui benignas mihi aures praebetis, testes in hanc rem locupletissimos adhibere licet. Quis vero unquam de auditorum suorum progressu atque utilitate studiosior? Quid incommodi fuit, quid laboris, quod ille eorum caussa quam libentissime non susceperit? Hominem vidimus haud breves difficilesque peregrinationes una cum iis, veluti sedulus parens cum filiis amantissimis, saepe per Pisanos colles Lucensesque, interdum etiam per remotiores Etruriae montes conficere, ut nempe quae iis sermone tradiderat, singula in ipsius naturae conformatione eorum oculis subiiceret. Qua impigra docentis alacritate industriaque et scientiae promovendae desiderio mirum quantum studiosi iuvenes, ut aliquid in doctrina et ipsi proficerent, ad animi contentionem et corporis laborem excitarentur. Nulla enim mens, ut recte ait Tullius, potest incendi, nisi inflammatus ipse ad eam et ardens accesseris. Earum autem eruditarum peregrinationum quoties modo reminiscor, toties commoveri et perturbari me sentio vehementer. Nam subit continuo memoria proxime

elapsi veris, quum in magnificentissimo illo expergefactae Italiae motu unum sentientes omnes, unum studentes, externae foedissimaeque tyrannidis iugum e nostris cervicibus deiicere, quotquot in Academicam cohortem nomen dederamus, italici exercitus subsidio repente convolavimus. Convolavit nobiscum et Pilla, cuius animum patriae liberandae cupiditate flagrantissimum nemo unquam itinerum longitudine, viarum asperitate, caeli intemperie, militari labore retardatum vidit. Retardatum dico? Novas quin imo adipisci vires, novo quotidie in patriam patriaeque salutem ardore incendi videbatur. Neque tamen studiorum suorum in tota illa expeditione oblitus unquam est; praecipue vero quum Apuanas Alpes Apenninumque iugum transgressi sumus, et ipse in sua veluti provincia versaretur, quae passim apparebant eorum montium strata notatu digniora, iis qui tum forte secum essent digito commonstrabat (nihil enim habebat amicis non apertum), suis quaeque nominibus appellans; nonnullorum etiam proprios individuosque characteres enunciabat, praesertim quum illa occurrerent quae sulphure aut sale aut metallicis opibus ditarentur. Ex quibus sermonibus doctrinae enimvero suavitatisque plenissimis fere fiebat, ut in Italiae laudes delaberetur. Vt nobiscum gavisus ille est, ut lacrimas nobiscum prae laetitia effudit, quum post difficillimum tridui iter ad quartum diem summo mane, zephyro lenissimo, sereno caelo Regium Lepidi alacriter contendentes, ex summo Apennini culmine celeberrima Aemiliae oppida, et immensam uberrimamque, quam Padus disterminat, Rheticae Alpes, Euganei colles et ultimae Adriani maris orae definiunt planitiem quasi ante pedes positam prospeximus! Quis fuit tunc in admirabili ac prope divina illius regionis specie nostrûm omnium sensus? quae cogitatio? quid cupiebamus? quid optabamus? Vt tantam scilicet caeli solique pulchritudinem ex alienarum gentium dominatione ereptam armis demum in libertatem vindicaremus. Sed o fallaces hominum spes et inanes cogitationes nostrae! Nos quidem quum primum cum hoste confligendi potestas ad Curtatonem est facta, quamquam numero viribusque longe inferiores, diu tamen irrumpentis in nos validissimi exercitus impetum fortiter adeo continuimus, ut multo sanguine illi victoria steterit, nec longius a castris eo die progredi, nedum nos e praelio recedentes persequi ausus fuerit. Imparis tamen pertinacisque propugnationis praemium tulimus nos maximum. Satis quippe temporis ex ea datum est sociis nostris, ut frequentes ad Goitum cogerentur, atque castris ibidem communitis, hostium copias postero die profligatas magna clade mulctarent, adeoque nostrorum caedem strenue ulciscerentur. In qua caede si aliae Etruscorum militum cohortes plures quam nostra iacturas fecerunt, nulla profecto deflevit graviores. Amissum namque tunc deflevimus et deflemus adhuc Pillam nostrum, qui primo agmini praepositus et ad vallum cum suis intrepide versatus, quum inde recederet, gravi vulnere confossus, Italiam, quam unice vivens amaverat, pro qua mortem ipsam oppetere non metuit, Italiam, inquam, extrema voce inclamans, ut fortes, ut magnanimos

decet, occubuit. Amissos cum Pilla deflevimus et deflemus adhuc egregios adolescentes, spem quantam familiarum et Etruriae, qui aetatem virtute superantes, vehementius plerique valli aggerem transgressi et effrenatius in hostium aciem progredientes vitam et in patria et pro patria profundere dulce ac decorum putaverunt. At quid deflemus dixi? An virilis patriaeque dignitatis immemor huc conscendi, ut mulierum more omnia luctu et querelis implerem? Verum enimvero non lacrimis, non moerore, sed gratulationibus honoribusque aequum est talium virorum interitum prosequi. Quapropter quum vita mortuorum in vivorum memoria sit posita, quumque nulla iam alia gratia iis referri a nobis liceat; quod fides pietasque nostra postulat, id impense efficiamus, ut publice decretum eorum honori monumentum (2) hisce in aedibus quamprimum, incisis litteris divinae virtutis testibus sempiternis, statuatur, dedicetur. Si quis illorum quae in terris fiunt est sensus in morte, credo in beatissima caelestium sede, in quam quicumque pro aris et focis pugnantes occiderunt recipi certissima spes est, magna nostrorum militum animos perfundi voluptate, quum videant se pro mortali conditione nominis immortalitatem esse consequutos. At longe maiore perfundentur profecto, si patria haec iis carissima externo dominatu aliquando soluta, bellica gloria insignis, copiis locuples, virtute honesta erit. Quod numquam assequi licebit, nisi communi consensione in id unum universi conspiremus. Luctuoso superioris belli exitu edocti resipiscamus tandem, atque ab odiis, ambitione, simultatibus aliisque pravis cupidinibus vacui acceptae nuper gravissimae calamitati, quantum in nobis est, mederi studeamus. Hoc a nobis Italia, hoc maiorum fama, hoc praesertim qui sanguinem pro patria effuderunt iure quodam suo efflagitant, hoc etiam sperant. Ne, quaeso, tam iustam, tam praeclaram spem nostra stultitia irritam faciamus; ostendamus orbi, potuisse italorum virtutem adversa unius belli fortuna obscurari, obrui atque interire numquam posse.

(¹) Nondum decem menses elapsi erant ex eo die, quo hasce litteras conscripseram, quum Mossottum nostrum constanti adhuc aetate brevis morbi vi ereptum heu vidimus vehementerque comploravimus. Is enim facili exitu placidoque decessit XIII. Kal. Apr. a. MDCCCLXIII., eiusque interitus tanto luctuosior, quanto minus praevisus, propinquis, collegis, amicis, doctisque hominibus, quotquot ubique sunt, accidit. Clarissimi viri exuviae ex decreto decurionum Municipii Pisani in Coemeterio urbano conditae sunt, ibique ex collegarum amicorumque conlatione marmoreum monumentum affabre iam exsculptum intra hunc ipsum annum ad eius sepulcrum collocabitur. Liceat hic mihi meae in tantum virum quum amicitiae, tum pietatis quasi testem, Ellogium subiicere nondum evulgatum, quod ipse festinanter nec sine lacrimis condidi, ut pergamena charta inscriptum, tuboque vitreo inclusum ad corpus reponeretur. Est autem huiusmodi:

Spoglie Mortali
di
OTTAVIANO FABRIZIO MOSSOTTI
Senatore del Regno d'Italia
Commendatore dell'Ordine de' SS. Maurizio e Lazzero
Cavaliere del merito civile di Savoia
Cavaliere dell'ordine del merito di S. Giuseppe di Toscana
Uno de' quaranta della Società italiana
della Società astronomica di Londra
Professore di Geodesia Teorica, Meccanica Celeste e Fisica Matematica
nella R. Università di Pisa

Gli fu Patria Novara, ove nacque in agiata condizione il XVIII Aprile MDCCXCI dall'Ingegnere Giovanni Mossotti e da Rosa Gola. Sortì da natura tutti que' doni che indirizzati a bene sono cagione della vera grandezza e nobiltà dell'uomo. Data opera in patria agli studi di umane Lettere e di Filosofia con quel successo che è presagio non fallace di gloria avvenire, nella Università di Pavia intese alle scienze Fisiche e Matematiche, nelle quali ebbe a maestri il Volta, il Brunacci e il Brugnatelli.

A dì XXX Giugno MDCCCXI ottenne la laurea con onorevole raccomandazione al Governo, e indi a due anni fu eletto aggiunto all'Osservatorio di Brera in Milano, di cui erano allora celebratissimi astronomi l'Oriani, il Cesari e il Carlini. Quivi spese dieci interi anni dedito unicamente a' suoi cari studi, de' quali esser dovea un giorno sì raro e splendido ornamento.

Nel MDCCCXXIII, impaurito della sospettosa tirannide de' dominatori austriaci, che tanti italiani avea tratti in catene e sepolti vivi nell' abominato Spielberg, cercò rifugio nella libera e ospitale Inghilterra, cui lasciò nel MDCCCXXVII per condursi a Buenos Ayres, ove con larghe profferte avealo invitato la repubblica Argentina a insegnarvi Astronomia e Fisica nella Università.

Rivide l' Europa e l' Italia nel MDCCCXXXV chiamato a succedere al Caturegli Astronomo che fu dell' Università di Bologna; ma rifiutato con indegno modo da chi novellamente era stato preposto al reggimento della pubblica istruzione in Roma e ottenuto per sentenza giuridica un ristoro di molto inferiore al sofferto danno, di nuovo uscì d' Italia nel MDCCCXXXVII e per quattro anni ebbe in Corfù amica stanza e onorato seggio tra i Professori dell' Università delle isole Ionie, insegnandovi Matematiche superiori. Accolselo finalmente con più lieti auspicii nel MDCCCXXXX l' ampliata Università di Pisa, di cui fu per XXIII anni grandissimo luminare.

Nel MDCCCXLVIII quando Italia stanca dell' oppressione austriaca levossi tutta in armi per ricuperare l' antica indipendenza, accettò con magnanimo ardore di capitanare il battaglione degli Scolari delle due Università Toscane, e quasi dimentico del peso degli anni mosse arditamente alla santa guerra, nulla curando le fatiche, i pericoli, i patimenti e la vita stessa; del che diede bellissima prova nella memoranda giornata di Curtatone, in cui fu miracolo se non cadde o morto o ferito.

Alla moglie Anna Suter, gentilissima e secondo il cuor suo, ch' egli sposò nel MDCCCXXXXI e perdette due anni dopo, fu compagno oltre ogni dire affettuoso, oltre ogni dire riamato.

Fu il Mossotti di sereno e giocondo aspetto, di presenza venerando, di modi nobilissimo, a tutti affabile, a tutti amorevole e grazioso, costante nelle amicizie, largo del suo a chiunque avesse a lui ricorso: i suoi discepoli amò con affetto paterno e caldamente ne promosse i vantaggi: in tanta eccellenza d' ingegno, in tanta fama di dottrina e di scritture fu sempre modestissimo: in lui, come sappiamo di Galileo, mai non si conobbe vanagloria o iattanza: come Galileo, non fu ambizioso degli onori del volgo, ma di quella gloria che dal volgo allontanar lo poteva; uomo piuttosto da eguagliarsi agli antichi che da anteporsi ai moderni e da non ricordarsi mai senza lode, nè senza desiderio d' imitarlo.

Sorpreso da fierissima violenta malattia la sostenne con rara serenità d'animo, la quale conservò imperturbata sino all' ora estrema. Nella sua morte avvenuta il XX Marzo MDCCCLXIII poco innanzi il mezzogiorno straordinarii segni mostrarono quanto fosse da ogni ordine di cittadini riverito ed amato; e il desiderio che in tutti lasciò di sè fu tanto grande che pochi il lasceranno eguale, niuno certamente maggiore.

Con mestissima pompa e con solennità forse non mai prima veduta la sua salma venne accompagnata al sepolcro assegnatogli nel Campo Santo urbano, onore che il Magistrato Municipale di Pisa concede ai soli uomini veramente grandi, veramente sapienti.

(*) Serius profecto quam oportuerat, sed aliquando tamen honorarium hoc monumentum in porticu inferiore aedium Academiae nostrae sollemni celebritate dedicatum est anno eodem MDCCCLXII ipsa die anniversaria praelii Curtatoniani. Habes infra inscriptionem, quae marmori incisa in ipso monumento prostat.

Furono Scolari delle Università
di Pisa e di Siena
e morirono
Combattendo pel rinnovamento d'Italia

a Curtatone nel MDCCCXLVIII
col Prof. Leopoldo Pilla di Venafro

Acconci Alberto di Pisa
Barzellotti Luigi di Pian Castagnaio
Bechelli Alberto di Pistoia
Benini Zenone di Firenze
Bernini Riccardo di Livorno
Biagiotti Giovacchino di Firenze
Boccardi Metello di Montalcino
Bonfanti Roberto di Pistoia
Brilli Lorenzo di Dicomano
Colombi Cesare di Montepulciano
Fusi Giuseppe di Massa Marittima
Ginnasi Giuseppe d'Imola
Lazzeretti Enrico di Montepescali
Luti Raffaello di Comeana
Newton Alfredo d'Irnham
Parra Pietro di Pisa
Pierotti Luigi di Pistoia
Pizzetti Ottavio di Grosseto
Poggesi Ranieri di Pisa
Sambuchi Angelo di Fivizzano
Sforzi Temistocle di Livorno
Solimeno Giuseppe di Pisa
Toti Torquato di Figline
Vincenti Carlo dell'Isola Rossa
Zei Raffaello di Firenze

Nell'Italia settentrionale l'a. MDCCCLIX

Brandini Leopoldo di Pisa
Carli Dario di Firenzuola
Giannetti Dante di Siena
Modiano Giuseppe di Livorno
Sani Alceste d'Orbetello

Nell'Italia meridionale l'a. MDCCCLX

Baiocchi Pietro d'Atri
Mosto Carlo di Genova
Bartolommeo Basilio di Pieve di Controne

La Scolaresca dell'Università di Pisa
degli anni MDCCCLX-LXI MDCCCLXI-LXII
fece scolpire i gloriosi nomi
a documento ed esempio de' posteri

DE' SINGOLARI MERITI
DI CICERONE
NELLA LINGUA ED ELOQUENZA LATINA

DISCORSO

DEL PROFESSORE BIBLIOTECARIO

MICHELE FERRUCCI

LETTO NELL'AULA MAGNA DELLA R. UNIVERSITÀ DI PISA

PER LA SOLENNE RINNOVAZIONE DEGLI STUDI

IL 15 NOVEMBRE 1862

I. Pochi sono gli uomini veramente grandi dell'antichità, di cui la morte affrettata per tirannesca violenza fosse tanto sinceramente e tanto lungamente compianta, esecratone l'abominevole autore, quanto quella di Cicerone. S'egli è doloroso il rammentare come ne' primi tempi dell'Impero la paura del nuovo signore, che giustamente potrebbe forse riputarsi non puro di quell'orrendo misfatto, abbia potuto costringere i due maggiori lumi della poesía romana, Virgilio e Orazio, a tacere con loro eterno biasimo di quel vero padre non solo dell'eloquenza, ma delle lettere latine; l'animo si riconforta pensando che il costoro esempio non fu seguìto da' loro contemporanei Tito Livio e Cornelio Severo, i quali liberamente, quegli nelle sue istorie, questi in elegantissimi versi, ne deplorarono la miseranda fine. Lo che se torna a bella lode di que' due scrittori, una bellissima a noi sembra essere dovuta a Velleio Patercolo, il quale quantunque nelle sue istorie si manifesti spregievole adulatore del regnante Tiberio e del degno ministro di lui Seiano, quantunque veduto avesse Cremuzio Cordo senatore astretto a morire per digiuno, perchè ne' suoi pubblicati annali avea lodato Marco Bruto e chiamato Caio Cassio l'ultimo romano; pure acceso in un subito fuoco di magnanimo sdegno, interrompendo in modo a lui insolito il quieto andamento della sua narrazione, prorompe in veementissime parole contro Marc'Antonio, come se vivo fosse e presente, e: « Tu non hai fatto nulla, gli grida, o Marco Antonio, quando,

promulgata una infame mercede, trovasti un vile sicario che osò troncare il capo di quel divino oratore; di un tanto Consolo, già padre e salvatore di questa Roma. Quantunque meglio fu per lui cadere sotto il ferro omicida da te prezzolato, che vivere ancora un misero avanzo d'anni senili, che gli sarebbe stato più travaglioso vedendo la dolce sua patria oppressa dalla tua tirannica signoría. Ma tu non potesti privarlo dell'onorato nome e della fama durabile che gli viene dagli scritti e dai fatti suoi nobilissimi: per te anzi se ne accrebbe lo splendore. Vive egli e vivrà nella memoria di tutti i posteri, i quali quante volte leggeranno ammirati le ardenti invettive, che contra te gl'inspirò una giusta indegnazione, tante malediranno alla tua barbara ferocia: e più presto avverrà, che interamente spengasi nel mondo l'umana specie, che si taccia il nome di quel grande. »

II. Mesto per contrario e affettuoso è il suono del saluto che a Cicerone manda Plinio il Naturalista e che si conchiude in questo verissimo e magnifico elogio: « Lode a te, che primo de' Romani dalla libera voce del maggior popolo del mondo fosti salutato padre della patria: tu ottenesti una gloria più bella di tutti i trionfi, la gloria, io dico, di avere colla tua sapienza aperte nuove vie e mostrato un nuovo immenso campo agl'ingegni di Roma; gloria molto maggiore di quella dello avere allargato i termini di questo imperio ». Appresso Plinio, Quintiliano il più intelligente estimatore e l'ammiratore il più caldo d'ogni eccellenza Tulliana, dopo avere affermato ch'egli solo valse a ritrarre insieme unite la forza di Demostene, la copia di Platone e la soavità d'Isocrate, soggiunge che Cicerone non era già più nome d'uomo eloquentissimo, ma sì bene della stessa eloquenza, e ch'egli solo ebbe la mente pari alla grandezza del popolo romano. Simiglianti lodi al sommo Arpinate si rinnovarono per universale consenso al rinnovarsi d'ogni secolo, anche de' più barbari, di modo che insino a noi non v'ebbe età che non lo abbia celebrato ed onorato, siccome sovrano maestro ed esempio in tutta l'eloquenza. Anche oggidì dopo tante rivoluzioni di stati, dopo tanti mutamenti di dottrine e di opinioni, non è egli stimato il primo scrittore del mondo? Non si dice di lui, che il suo felicissimo ingegno seppe ingentilire tutto che da lui pigliò essere e qualità?

III. Più volte, o Signori, da questo medesimo luogo e nella solennità di questo medesimo giorno favellando io latinamente, mi sforzai di mostrarvi nelle mie parole quel qualunque frutto ch'io avea potuto ritrarre dal lungo studio e dal grande amore che fin da' giovenili anni mi fecero cercare le maravigliose sue opere. Siami oggi concesso, vi prego, che senza troppo dilungarmi dall'antica via, lontanissimo da ogni presunzione, io m'ingegni d'indicarvi e fare sensibili alcune principali sorgenti delle pellegrine ed eterne bellezze di quel massimo ed unico autore. Lo che spero possa riuscire di qualche giovamento a questa studiosa gioventù, se vera è, com'è verissima, quella sentenza di Pietro Giordani, che l'arte di conseguire l'ottimo ed evitare i difetti si debba appunto studiare nelle opere che più dappresso toccano la cima di perfezione.

IV. Di niuna cosa tanto vantavansi gli Ateniesi, quanto dell'essere stati fin dalla più rimota antichità figli e liberi abitatori del lor proprio paese, o autòctoni, come in lor favella dicevano. Da ciò argomentarono parecchi filosofi, tra i quali Platone nel Menesseno, essere derivata quella felice disposizione di natura e quel senso pratico del buono e del bello, onde il popolo ateniese fu tanto privilegiato sopra tutte le altre nazioni: due necessari e possenti aiuti allo svolgersi e prosperare sì degl'ingegni e sì delle nobili arti. Simile vanto non ebbero, nè aver potevano i Romani, gente dapprincipio e per lungo tempo appresso accogliticcia, diversa come di lingua, così di costumi, esercitata in continue guerre, prima per ributtare i frequenti assalti degl'invidiosi vicini, poscia per istendere su lontane terre e su vasti mari la dominazione, di cui furono sempre insaziabilmente sitibondi. Quindi non è maraviglia, se per cinque interi secoli rimasero essi senza onore di lettere, quasi convinti, che la forza fosse tutto nel mondo, ignari o dimentichi che se la forza vale a porre fondamento agli stati, se la prudenza a conservarli e accrescerli, gli stati ricevono poi dalla gentilezza della filosofia e delle arti tanto di prosperità e di gloria, che del riverito lor nome e della fama non fuggitiva riempiono tutte le età avvenire. Della quale povertà letteraria degli antichi Romani, quando ogni altra prova mancasse, irrefragabile testimonio sarebbe la misera condizione, in cui per parecchi secoli si giacque presso loro la lingua, che, come ognun sa, è specchio, in cui si riflette la fedele immagine della vita intellettiva di un popolo.

V. Chè veramente la lingua latina per quasi tutti que' cinquecento anni (a cagione di quello strano miscuglio di genti, e perchè anco quanti furono allora Romani di alcun valore, tutti dal forte operare piuttosto che dal ben parlare e dallo scrivere erano vaghi di procacciarsi lode e nominanza) fu aspra ne' suoni, dura nelle forme, incerta e varia di modi: niuna eleganza nelle voci, niuna purità nella dizione, niuna grazia ne' costrutti. Fu dunque mestieri di lunga fatica, di lunghi e pazienti studi per distinguere e sceverare i diversi elementi, ond'ella componevasi, rigettare i discordanti dalla sua indole originale, mantenere ed accrescere il tesoro di quelli, che ad esso principio si attemperavano. Ma questa immensa e difficile opera non si sarebbe mai potuta imprendere e molto meno condurre a sì gloriosa fine, ove i Romani vincitori della Grecia, vergognatisi della loro ereditaria ignoranza quanto a lettere, non si fossero invogliati di acquistare al lor nome maggior onore, e per una importuna superbia si fossero sdegnati di mettersi sulle orme de' sovrani ingegni di quella elettissima nazione, dalla quale ricevette il mondo ogni documento di civiltà, ogni esempio di grandezza.

VI. E a' nuovi maestri tanto più si resero eglino docili e più securamente si confidarono, perchè fino da quei faticosi principii col solo tergere alquanto l'antico squallore, poterono certificarsi, primitiva origine della loro favella, caduta già in sì grande corrutela e confusione, essere la greca, o più specialmente

qualche vecchio dialetto della Grecia, forse l'eolico, quivi trapiantato o vogliasi da' Pelasghi, o vogliasi da alcuna delle tante greche colonie, che posteriormente posero lor sede nella inferiore Italia, e che vinte poscia e soggiogate da più potenti niuno o incerto vestigio di sè lasciarono. Così il latino idioma scorto da questa benigna luce, vittorioso de' molti e vari ostacoli che gli si mossero incontro, schivo d'ogni pompa, d'ogni superfluo, mirabile di gravità, di vigore e di precisione si avviò felicemente al suo pressochè intero rinnovamento, che allora solamente potè dirsi compiuto, quando Roma, dato fine alla guerra sociale, ebbe condotta tutta l'Italia all'ubbidienza delle sue leggi.

VII. Non senza consiglio ho detto essersi allora quasi per intero rinnovata la lingua latina, perchè ben mi ricorda aver letto in Polibio, come gli fu gran fatica, mentre egli dettava in Roma le sue istorie, il trovare tra que' cittadini un mezzano intenditore di antiche lettere che gli spiegasse non so quale trattato di pace tra romani e cartaginesi, scritto nel latino usato comunemente in Roma stessa poco più di due secoli innanzi. E anco sappiamo da Quintiliano, come nel dichiarare scritture di non molto lontana antichità esercitavasi la sagace pazienza di parecchi eruditi suoi contemporanei. Nè pochi sono gli eruditi dell'età nostra, i quali con mente filosofica e con accuratissima diligenza illustrando e paragonando tra loro, in ragione di tempo e di forma, quanto ne resta di romane leggi, di epigrafi e di scritture di ogni genere, dimostrarono evidentemente gli oscuri principii, le susseguenti mutazioni e il rapido procedere della lingua de' reggitori del mondo verso la maggiore possibile perfezione.

VIII. Però di tutto questo tacendomi, che assai più lungo ragionamento richiederebbe che non comporti il mio presente proposito, voglio mi basti lo affermare che tra la fine del settimo e i primi anni dell'ottavo secolo di Roma la prosa latina si vide sollevata a tanta altezza da nulla invidiare alla greca, per opera singolarmente di Cicerone, dal quale conseguì quello ch'egli solo poteva darle e tutto quanto poteva ella ricevere di vigor filosofico, di splendida eloquenza, di vario fraseggiare e di soavissimo temperamento di suoni. Ma prima che io tenti di dimostrarvi, se non in tutto (chè tanto non mi arrogo; e chi il potrebbe?), almeno in parte, per quali studi e a quali scuole quell'eminente ingegno non meno miracoloso di perfezione che di fecondità apprendesse l'ampio magistero, e quella ricchezza e potenza di stile unica in lui, concedetemi, o Signori, che io vi apra qui un mio pensiero intorno agli scrittori latini in generale.

IX. I quali a me pare potersi veramente distinguere in due grandi generazioni o famiglie, romano-greci e greco-romani; comprendendosi nella prima tutti que' poeti e prosatori, i quali benchè pigliassero le mosse e gli esempi da' Greci, pur nondimeno vollero conservare nel loro latino l'impronta nazionale sì nella scelta di voci precisamente proprie e sì nella dignitosa semplicità

ed efficacia di forme, di maniere e di costrutti, senza che mai nella massima parte di essi apparisca alcuna ombra di artificio. Questi, che precessero tutti l'ultima ruina della Repubblica, nelle loro scritture ritraggono fedelmente quella incredibile composizione di acutezza e di sicurtà di pensiero ed insieme di severa e solenne maestà della lingua de' liberi Quiriti, che non si può abbastanza ammirare ne' giureconsulti, siccome quella che ci rappresenta la realtà nel progresso, cioè la perfezione del vero in ciò ch'esso ha di più utile al vivere civile, il vero pratico. Chiamo poi greco-romani tutti gli altri scrittori, la maggior parte poeti, che pieni la fantasía di greche immagini e la mente di greci concetti, posero ogni loro studio ed ogni loro gloria nel piegare l'idioma latino alla grazia, alla leggiadría e alla eleganza delle greche forme con nuovo e sì squisito artificio, che greci ingegni anzichè romani si dimostrano.

X. Niuno è, sol anche poco versato nelle lettere latine, che non vegga come tra prosatori di quella prima famiglia salissero a una sfolgorante eminenza il grande animo di Cesare e il sovrumano intelletto di Cicerone: ambedue della romana lingua sì profondi conoscitori, sì gelosi custodi e sì perfetti e consumati maestri, che sebbene fieramente avversi l'un l'altro per civili discordie, che diedero poi cagione all'ultimo eccidio della libertà in Roma, pure sospinti dal prepotente amore del vero, dell'arte e della gloria della materna favella, parvero affatto dimentichi del loro contrario parteggiare, quando generosamente tra loro gareggiando di degne lodi, si giudicarono l'un l'altro siccome scrittori. Esaltò Tullio ne' Commentari Giuliani la spontanea elegante lucentezza, la niuna ambizione di ornamento, l'atletica e maestosa nudità: *omni ornatu orationis, tanquam veste, detracto*. Il Dittatore per lo contrario loda magnificamente il Consolare della ricca e pomposa veste, onde abbellisce i suoi pensieri, e principe salutandolo e creatore di sì eletta copia di concetti e di forme, pronunzia solennemente aver lui ben meritato del nome e della dignità del popolo romano: *principem atque inventorem copiae... benemeritum de Populi Romani nomine et dignitate*. Privilegio raro e notabile delle lettere latine, onorarsi a un tempo di due insigni prosatori che furono eminenti di perfezione, l'uno per l'estremo della semplicità, l'altro pel massimo della magnificenza.

XI. Della semplicità o vera rappresentazione del naturale che voglia dirsi, di cui Cesare fu quasi unico e inimitabile esempio, noi troviamo un lontano cenno nella brevità e precisione della lingua delle leggi e della giurisprudenza, di cui sopra toccammo; l'uso della quale lingua comune essendo e cotidiano, brevità e precisione dovettero pure necessariamente connaturarsi allo scrivere e al parlare de' romani. La qual cosa se vera è, come a noi pare, ardiremo pur anco di asserire, essere bensì giusto che si lodi e ammiri Cesare per la candida nitidezza del suo stile, ma non ugualmente giusto il lodarlo e ammirarlo per aver saputo conservare al suo stile il colorito romano, quando il conformarsi alla nativa

indole della latina favella piuttosto che elezione esser dovette in lui una felice necessità. Ma doppiamente lodevole, doppiamente mirabile ci si mostra Cicerone, il quale aperta la gran mente sulle condizioni della lingua e della eloquenza della sua Roma, volle e potè dilatarne i confini, e sollevarle sino all' ultima altezza, con filosofico avvedimento traendo dalla Grecia, come da inesausta miniera, una vena copiosissima di stile, una doviziosa varietà d' immagini, di splendore e di armonía insino allora sconosciuta, sicchè l' eloquenza parve per lui deporre il pallio greco e rivestirsi della toga romana, e le lettere latine allora finalmente poterono credersi degne rivali delle greche.

XII. Questo medesimo fece della prosa italiana Giovanni Boccaccio, e forse non è al tutto vano il pensare, ch' egli si mettesse a cotanto ardua impresa proponendosi ad esempio quella di Cicerone; ma perchè per fuggire l' aridità si lasciò spesso andare a un certo che di ridondante, e per l' immoderato consiglio d' imitare le inverse costruzioni de' latini contraffece alla casta indole della nostra lingua, che ama per l' ordinario il naturale collocamento delle parole, e per soverchio amore del numero empiè molti periodi di versi troppo sonanti; l' opera del Certaldese, quantunque commendevolissima e utilissima, non potè riuscire così perfetta, come fu quella di Cicerone. Il quale, secondo ch' egli stesso racconta nel Bruto, al suo primo entrare nel fôro, trovò gli oratori di Roma divisi in due opposte scuole o dirò meglio fazioni: Asiatici e Attici. Nella eloquenza Asiatica, che i Romani aveano imparata ne' loro proconsolati d'Asia, ove da molti frequentavansi le cattedre de' Retori, a tutti andava innanzi lodatissimo Ortensio: nell'Attica, di cui erano superstiziosi coltivatori i seguaci dell' austera dottrina degli Stoici, teneva il campo Licinio Calvo. Ma nè i discorsi di Ortensio ordinati più a pompa e diletto che ad efficace persuasione, nè quelli di Calvo con troppo sottile studio raffinati e per secchezza sparuti e scarni erano valevoli a rendere immagine di vera eloquenza.

XIII. E Cicerone da natura fatto e da incredibili studi formato alla elegante copia, stimolato da veemente cupidigia di gloria, che è idolo sospirato di tutti gl' ingegni, e persuaso fors' anco da quella sentenza di Omero che diè vanto di gran dicitore e di eloquente non a Menelao, che parlava concettoso e succinto, ma bensì ad Ulisse, le cui parole copiose ed alte piovevano, com' egli canta, simiglianti alla dirotta neve invernale, si diè tutto ad emulare Ortensio. Nè le corone, nè gli applausi gli mancarono: ma quando delle sue lodi e del suo nome già risonava tutta Roma e quanta parte di mondo a Roma ubbidiva, quando a nessuno era dato di andargli vicino; egli solo ebbe cuore di condannare sè stesso, perchè vide falsa essere la scuola, dietro alla quale camminava; altra via doversi da lui tentare per esprimere e con visibili segni adeguare quella idea di perfetta eloquenza, che fin d' allora gli era fitta nella mente. E mal per Cicerone, mal per l' eloquenza latina, se quelle vane e bugiarde lodi corrotto avessero, come

troppo spesso accade, il suo animo e oscurato il suo giudizio: forse il nome di Cicerone andrebbe oggi confuso con quelli di tanti altri oratori, di cui con poca ingiuria perirono le opere, perchè non meritevoli dell' immortalità; e degli antichi tempi unico vanto nella divina arte del dire rimaso ne sarebbe Demostene.

XIV. Però impaziente di appagare l' inquieta brama dell' ottimo, due interi anni egli spese in peregrinare, eruditamente visitando la Grecia e l'Asia, e in udire quanti filosofi, oratori e retori erano colà più rinomati; da tutti trasse e raccolse di che divenir migliore. E poichè in Rodi dalle lagrime del suo vecchio maestro Apollonio Molone fu fatto certo che Roma per lui torrebbe alla Grecia anche la palma dell' eloquenza, tornò altro uomo di quello ch' era partito. Di questo mutamento o rinnovamento che dir si voglia del suo scrivere, il quale consiste principalmente nello avere temperata con graziosa leggiadría la severa maestà latina, noi crediamo che non i soli consigli de' sapienti di Grecia e d'Asia, non il solo assiduo studiare nelle opere di Platone, di Eschine e di Demostene, per invasarsi nella mente quella sublime immagine dell' eloquenza, fossero cagione, ma molto ancora gli giovasse l' essersi egli dato a investigare con istraordinarie meditazioni, e lo avere scoperte le arcane norme dello stupendo magistero, onde sono tanto commendate le prose di quei tre sommi Greci. E queste norme egli ebbe trovate, se il mio giudizio non erra, nell' osservare che precipuo fondamento alle ammirande bellezze loro era la perfetta intelligenza, ch' essi ebbero di tutte le arti rappresentative del bello, senza la quale invano spera l' uomo di penetrare al fondo quella difficilissima dello scrivere.

XV. Questa inseparabile compagnía delle nobili e gentili arti presso niun popolo fu tanto in onore e tanto reputata necessaria a chiunque voglia collo scrivere bene procacciarsi gloria che si diffonda e duri, quanto presso l' ingegnosissima nazione de' Greci; e da ciò avvenne, che di là e non altronde noi ricevemmo i più perfetti esemplari di produrre nella più acconcia veste possibile alti e utili pensieri. Sventuratamente la nostra età, dimenticando come accompagnate elleno si aiutino e si avvalorino, si è troppo avanzata nella pessima usanza di disgiungerle, anzi le ha talmente disgiunte che piccolissimo è già il numero di quelli che nelle loro scritture dimostrino di comprendere ch' elle sono tutte di una sola e medesima famiglia, e ordinate tutte a un solo e medesimo fine; laddove troppo numerosa è la turba di que' presontuosi (li direm noi italiani o barbari?), i quali insofferenti d' ogni legge e d' ogni freno si danno a scrivere senza aver mai meditato sul bello delle arti, anzi negando con inaudita impudenza l' arte della parola, che è pure la più intrinseca all' essenza dell' uomo. Se non sono riuscito scrittore, diceva di sè Pietro Giordani, è colpa della fortuna più che mia: ma non cominciai ad intendere qualche cosa di quest' arte, se non quando ebbi aperti gli occhi, il cuore e l' intelletto alla pittura. Le quali parole del più eloquente prosatore italiano del nostro secolo consuonano poi mirabilmente e si fanno

come chiosa apertissima a quella sentenza Tulliana che dice; le arti che a gentilezza informano sono tutte tra loro per vincolo di parentela strettamente congiunte.

XVI. Questo vero penetrar dovette più altamente nell' animo di Cicerone allorquando in Atene e nelle altre città di Grecia egli venne contemplando le famose opere de' grandissimi dipintori e statuarii, di cui i nomi dureranno venerati finchè durerà tra gli uomini l' amore del bello. Di tutte le altre a lui certo parer dovettero stupendissime e però degne di più profondo studio le statue di Fidia e di queste più specialmente la Minerva del Partenone in Atene e il Giove Olimpico, supremo vanto di Elide; dall' attenta e sottile considerazione delle quali Platone (ch' egli in più luoghi chiama solennissimo autore e maestro non pur della scienza del pensiero, ma dell' arte della parola; singolare e sovrumano scrittore, anzi quasi mirabile cosa di cielo) da molti credesi avere dedotta buona parte delle dottrine sulle idee e sul bello ideale, da lui divinamente esposte nel Parmenide, nel Timeo e nel decimo della Repubblica; dottrine che illuminarono poscia tanti sublimi ingegni, e che intese e meditate da Demostene lui sollevarono a' primi onori dell' eloquenza. Così maestro al più grande de' filosofi e al più grande degli oratori si fece il più grande degli artisti; e così Cicerone a quella medesima fonte attingendo, cui attinto aveano e Platone e Demostene, colla squisita intelligenza delle eleganti arti riportò a Roma un immenso tesoro di sapienza, di erudizione, d' immagini, di concetti, onde si nobilitarono le sue prose e ampliaronsi le patrie lettere; in guisa però che quella nuova svariata dovizia sembrasse non accattata fuori, ma nata e cresciuta sul suolo stesso latino e strettamente propria della gente togata.

XVII. Nel che gli fu d' uopo di grande accortezza per non perdere d' opinione appresso a' cittadini romani, molti de' quali ritenevano ancora l' antica severità o rozzezza, e da' quali aspettava gli venisse aperta la via alle prime dignità della Repubblica. Tanto gli è vero che dove il popolo è imbevuto d' inveterati errori, sforza anche i saggi a secondarlo! Quindi non è sì frequente lo incontrare nelle sue orazioni alcun luogo, dal quale possa manifestamente argomentarsi aver lui avuto così fino intendimento delle belle arti; anzi quando volle esagerare le rapine commesse da Verre in Sicilia, non ardì di mostrare gran d' estimazione di statue e di pitture, come se temesse di manifestarsi ammiratore e però quasi amatore del lusso; ma disse che quelle inutili curiosità, disconvenienti alla gravità romana, erano preziose nel concetto non già suo, ma di molti. Onde a chiunque legga quella pur bellissima Verrina *De Signis,* prima di aver lette le altre opere di Cicerone, parrà certamente che nel giudicare delle arti greche non sia egli punto diverso da quel Lucio Mummio, che si gloriava di nulla intenderne; dal feroce suo compatriota Caio Mario, che ne' privati e ne' pubblici ragionamenti compiacevasi di schernire amaramente ogni greca gentilezza; e da

quel ruvido Catone che cento ventidue anni innanzi perorando in pieno senato, perchè non si annullasse la legge Oppia, fatta per raffrenare le soverchie pompe delle donne, fu udito gridare: « Le pitture e sculture portate da Siracusa son nocive e pestifere a questa città. Io comincio oramai a sentire da troppi lodare gli ornamenti di Corinto e di Atene, e pur troppi averne maraviglia e cominciare a farsi beffe de' nostri Iddii Romani fatti di terra cotta, ridendo davanti alle loro immagini. »

XVIII. Ma della facondia di Tullio, come bene osservò Quintiliano, non avremmo noi conosciuta che in parte la sfolgorante ricchezza, ove quel vasto ingegno si fosse contentato di regnare solamente nel fôro, nè avesse impreso a scrivere, a maggior onore delle latine lettere, di cose civili, filosofiche e retoriche, usando quasi sempre della forma a lui famigliarissima del dialogo, che adoperata prima di tutti da Zenone l'Eleate, era stata poscia grandemente nobilitata da Platone e da Senofonte. A chi ritorni più volte su questi dialoghi Cicerone apparirà più industre e stupendo artefice di prosa che nelle orazioni stesse; conciossiachè in quelli più ancora che in queste egli ne dimostri squisitissimo sentimento del bello, robusto giudizio, potente fantasía ne' pensieri, andamento di stile filosofico e dignitosamente pacato, varia la veste ne' colori, varia la melodía ne' suoni, cui egli pure primo de' latini imitò sapientemente da' Greci, e più che da altri da Isocrate inventore del numero oratorio. In grazia del quale amò e con pari felicità e frequenza usò larghissime trasposizioni e inversioni, diverse secondo la diversità dello stile, che furono insino a lui ignorate, perchè niuno prima di lui avea saputo infonderle nella prosa latina. Con quale profondo magistero, non punto inferiore alla venustà e all'energía, che ammiransi cotanto ne' dialoghi di Platone, descrive egli i luoghi, ove finge essersi tenuti i suoi? « Egli rappresenta sè stesso (giovami riferire qui le belle parole del Cardinal Pallavicino) in compagnía di Bruto ed Attico nel praticello in Rodi, assiso sotto la statua di Platone, richiamare alla vita del nome gli estinti lumi della greca e della romana eloquenza: ora col fratello e pur con Attico presso al bosco ed alla quercia d'Arpino toccar gentilmente le memorie di Mario, di Romolo, di Numa e di Tarquinio.... per aprir l'adito a quel sublime discorso intorno alla differenza delle leggi, altre scolpite nel cuor nostro dalla natura, altre scritte nelle carte dagli uomini: ora nell'isoletta del Fibreno prender materia per soprapporre i diporti donatici dalla natura a' piaceri lavorati dal lusso, e di mandare alla conoscenza de' posteri la patria e l'origine sua e del suo amato Catone; e quindi adagiatosi all'ombra sopra un sedile, quasi a bell'arte fabbricatogli dal patrio fiume, proseguire l'incominciato ragionamento. » E i tre libri dell'oratore ch'egli dettò con tanto affetto, e tutti gli altri suoi scritti insegnativi non sono essi documento splendidissimo del suo sovrumano ingegno e del suo infinito sapere non pur nell'arte della parola, ma ancora in tutti quegli

studi, che intendono a ricercare il vero o a figurare il bello? Delle quali scienze e delle quali arti mille e mille sono i luoghi, in cui egli egregiamente ragiona, quando per compararle all'eloquenza, quando per esporne fedelmente e graziosamente la storia e farsi loro lodatore amoroso.

XIX. Non vi ha alcuno, per poco che sia capace di certe arcane avvertenze di stile, il quale meditando su quelle immortali pagine non riconosca in esse quel composto di bello insieme e di grande, che è proprio dell'aurea semplicità dello stile greco, pur riprodotto da tutti i sovrani scrittori della Grecia; nè trovi confermarsi anche per esse quel fatto notato e descritto dal Winckelmann e poi ricordato da altri e ultimamente dall'Hegel; che cioè in tutte le opere dell'arte, veramente belle, vedesi una serenità, una calma, una misura, una conservazione della dignità d'uomo, una signoría dello spirito sopra sè stesso, la quale non si perde mai ne' più terribili frangenti, nelle più fiere procelle della vita, e nelle più violente cagioni di allegrezza. E più maraviglioso ancora dovrà parere lo stile di Cicerone a chi consideri che per creare tante bellezze a lui non fu d'uopo introdurre nella lingua novelle voci, delle quali anzi egli si dichiara più volte aperto riprovatore; ma studiossi di condurre con accorto senno alla significazione di nuove idee vocaboli già in uso; nel che non solamente fece opera di grande filosofo, ma ancora di magnanimo cittadino. Imperocchè, siccome Dante, il sacrosanto nostro poeta, nel Convivio dice di scrivere in loquela italica per magnificarla, e di volere mostrare la grandezza di questa nuova loquela, in quanto essa grandezza stavasi ancora in potenza ed occulta, e suo intendimento era di porla in atto e palesarla; similmente il sommo Arpinate intese a far grande e degna della maestà del nome latino la romana favella, cui non dubitò di magnificare e gloriare come più ricca della greca, a dispetto non pur de' Greci (uso le sue proprie parole), ma di quelli ancora i quali in Roma nati faceano ogni cosa per sembrar piuttosto Greci che Romani. Costoro egli rampogna aspramente in più luoghi per la scarsa stima che facevano della perfezione del materno linguaggio; conforta e sprona per lo contrario quanti erano in Roma caldi amatori di esso, che si sentissero da tanto, ad aggiungere al valore e all'industria l'amor degli studi e il conoscimento della filosofia e d'ogni commendevole arte, e a rapire alla cadente Grecia e trapiantare in Roma anche questa lode, siccome il senno e la virtù militare de' maggiori fatto aveano delle altre. Parla egli di Atene? Con affettuoso e riverente animo più volte egli la chiama madre e nudrice della eloquenza, e prima inventrice d'ogni più bella disciplina: ma poi deplorandone le mutate sorti, « da lungo tempo, soggiunge, l'Ateniese dottrina si estinse; in Atene altro non rimane che la vuota sede degli studi, del lume de' quali più non giovansi gli abitatori della disfatta città, giovansi gli stranieri allettati dal sacro ed autorevole nome di quella terra sovra tutte privilegiata: *Athenis iamdiu doctrina ipsorum Atheniensium interiit, domicilium tantum remanet studiorum, quibus vacant cives, peregrini fruuntur, capti quodammodo nomine urbis et auctoritate* ».

XX. Meste parole, o Signori, le quali siccome tutti ne ammoniscono della instabilità di ogni umana grandezza, così richiamano alla mia mente le atroci e codarde contumelie, onde spregevoli detrattori stranieri qua condotti dalla clemenza di questo cielo, dalla naturale bellezza di questo paese e dalle stupende opere delle nostre arti, senza ragione e senza pudore vennero per tanti anni lacerando il nome italiano. Ma che l'Italia fosse indegna della lunga servitù e delle gravissime sventure per lei tollerate, e però indegna di tanti scostumati oltraggi; che noi italiani vivi fossimo e sdegnosi, e non morti e abbietti, e che col pensare altamente ad altamente operare ci preparassimo, sol che l'ira della fortuna un poco si acquetasse, assai lo dimostrammo alle attonite genti col miracoloso nostro risorgimento. Del quale lodi siano e grazie infinite alla eterna giustizia, che visibilmente aiutò il trionfo di una santa e gloriosa causa, visibilmente suscitando della terra e proteggendo un popolo, che la sua libertà difendeva, e quanto nella libertà è di dolce, di generoso, d'alto e d'onesto. Ma per assicurare questa ricuperata libertà e con essa tutti i beni che da lei derivano, e a rendere il nome d'Italia temuto e riverito presso tutte le altre nazioni, due cose sono assolutamente necessarie al novello nostro regno; Armi e Lingua. *Arma et linguae, unica regnorum instrumenta*, diceva agl'Italiani de' suoi tempi, che tempi erano calamitosi e tristi, Tommaso Campanella: e diceva vero, imperocchè parola e spada, ove siano di buona tempera, sono dignitoso ornamento ed efficace tutela di ogni stato; sono i due cardini, per così dire, sovra i quali girasi tutta la macchina di un sapiente governo.

XXI. Di spade, viva Dio, e di ogni sorta di militari arnesi non è oggi sprovveduta l'Italia, e chiunque consideri in quanto breve tempo siasi raccolto, ordinato e addestrato negli usi di guerra il nostro esercito, esser non può che non senta stupore dell'alto senno e della incredibile alacrità e costanza, che superati tanti ostacoli valsero a condurre a buon fine sì difficile e sì importante impresa. Io per me, qualora mi avviene d'incontrare nelle pubbliche vie questa eletta, robusta e bene aiutante gioventù, piena di bellicoso ardire e di maschia avvenenza, e ne contemplo tacitamente le varie divise e le lucenti armi apprestate non più a ruina, ma a salute d'Italia, io mi sento ringiovanire l'animo per gioia, e ripensando ai recenti immortali trofei di Palestro, di Magenta e di S. Martino una ferma fiducia mi assecura che ove la voce del magnanimo Re nostro di nuovo la chiami a guerreggiare e mostrare il viso in campo a' protervi e ringhiosi nemici del nostro bel paese, si alzerà fremendo tutta nelle patrie armi e sì li percoterà che trovino l'ultimo sterminio dove cercassero sfamare di nuovo la loro avarizia, di nuovo saziare la loro crudeltà (*).

XXII. Ma ogni volta che mi fo a considerare la misera condizione, cui è oggi condotta la nostra lingua, che è pure la più nobile figliuola della latina e la bellissima e ricchissima di quante sono parlate in Europa, non posso difendermi da

un melanconico pensiero, che mi rappresenta com'essa ogni giorno più si vada siffattamente difformando e corrompendo, che ove presto non si dia mano a nettarla dalle fetide brutture moderne e straniere, e ritornarla nella sua antica ingenua bellezza, più non le resterà d' italiano, quasi scherno e ludibrio, che il solo nome. Io non fingo, o Signori, per voglia di declamare, nè fo accrescimento al vero, ma dico liberamente quello che tutti vedono, tutti sentono. So che troppo spesso avviene che uomini assorti in profonde filosofiche meditazioni o in sottilissime ricerche erudite trascurano di dare alle loro scritture quella proprietà e quella efficacia, onde lo stile acquista qualità di lucido e di elegante. Lodando in essi l'acume dell'intelletto, le pazienti fatiche e la pellegrina sapienza, ne sia lecito il dolerci, che lor manchi quel sommo pregio, onde si ottiene dallo studioso il nome di scrittore, nome riservato a quelli solamente, che bene appresero l'arte di vestire di propria ed eletta forma i loro concetti.

XXIII. Allo studio di questa leggiadrissima arte, che è continuo e grave bisogno della vita civile, e di cui furono, sono e saranno mai sempre solenni maestri i classici greci, latini e italiani, perchè non si mutano col variare delle umane generazioni le norme del bello; a questa egregia lode di rifare italiana quale già fu la nostra lingua, ora che d'italiane armi l'Italia è fornita, piglio animo sul fine delle mie parole di confortare tutti voi, miei cari giovani, ne' quali è riposta tanta speranza per l'avvenire della nostra diletta patria. Abbiano per necessaria la conoscenza della lingua quelli tra voi, che dediti ad altre discipline non vogliono fare professione di lettere; si persuadano essi che la eleganza non ripugna alla scienza e che le sole scienze, ove nude siano di ogni letterario ornamento, non bastano a far civile una nazione. Valga per tutti l'autorità e l'esempio di Galileo, il quale a quanti lodavanlo della chiarezza ed evidenza del suo stile era usato rispondere che la riconosceva dalla molta lettura dell'Ariosto, che aveva quasi tutto a mente. Ma da voi, che delle lettere avendo già gustata alcuna dolcezza, ve ne mostrate ognora più vaghi, ad esse rivolgendo tutte le forze del vostro ingegno, da voi specialmente spera e aspetta l'Italia questo immortale benefizio. Vedete quanta cura e quanta parte di sua gloria pone la suprema potenza nel mantenere ed ampliare la Scuola che oggi vi accoglie discenti per rimandarvi un giorno insegnatori: a voi tocca corrispondere a tanta sollecitudine coll'aver sempre in cuore questo proposito generoso e filiale verso la comune madre, il proposito, io dico, di conservare schietta e sincera la lingua, la quale siccome fu già il più valido strumento, con cui potemmo onestamente resistere a chi ci toglieva libertà e indipendenza, così è ora il primo tesoro, che dopo quello della nostra libertà e indipendenza dobbiamo più gelosamente custodire.

XXIV. Per quanto adunque vi è caro e sacro il nome di questa terra, cui il cielo fu liberale di tanto vigore e i maggiori tramandarono sì illustri esempi,

per quanto vi cale di portar degnamente il nome d'italiani, con alfieriana volontà la santissima opera imprendete: nè sia mai che ve ne lasciate distorre da chi dandole mala voce vi canterà la signoría dell'uso, il quale ove tenga buona via, giusto è che regga e conduca gli scrittori, ma quando disviato manifestamente contrasta alle eterne leggi del bello, del buono e del grande, è sacrosanto ufficio degli scrittori correggerlo o abbandonarlo. Fra i dolci studi, fra le bene augurate fatiche proponetevi spesso Cicerone ad esemplare della perfezione di stile; abbiate poi sempre fermo e stabile nella mente questo ricordo che io raccolsi giovanetto dalle labbra di quel venerando maestro che fu Dionigi Strocchi, nè attempato dimenticai; e nel quale piacemi, perchè meglio non potrei, conchiudere il mio ragionamento: Nazione e favella sono tutt'uno; chi non ama, non pregia, non onora la propria favella, disama, dispregia, invilisce la propria nazione.

(*) Queste parole io scriveva nel 1862, nè ho voluto mutare una sola sillaba del mio scritto, che si stampa nel 1867. È impossibile, che a chiunque sia bastata la pazienza di leggere il mio discorso sino a questa ultima parte non tornino a mente le due infelici giornate di Custoza e di Lissa; e questi o non rida o non senta pietà di me come di sbugiardato profeta. Ma io prendendo in prestito da Demostene il più splendido e più sublime luogo della divina orazione *per la Corona*, là dove tocca della sconfitta degli Ateniesi combattenti a Cheronea contro Filippo. « No, esclamo, no, Italiani, voi non ismentiste la fama dell'italiano valore, quando animosamente a Custoza e a Lissa

« Offriste il petto alle nemiche lance
« Per amor di costei ch'al Sol vi diede ».

Lo giuro per le anime de' vincitori di Palestro e di S. Martino ».

INDICE

DELL'A PARTE PRIMA

pag.	*lin.*	ERRATA	CORRIGE
58	25	contemperanee	contemporanea
69	14	*kranck*	*krank*
86	12	*mignh'éred*	*mignh'éred* = rampogna
99	28	tesseva	tessera
118 *nota* 1	3	1353	1853
121	6	collocacazione	collocazione

ANNALI

DELLE

UNIVERSITÀ TOSCANE

TOMO NONO

ANNALI

DELLE

UNIVERSITÀ TOSCANE

PARTE SECONDA

SCIENZE COSMOLOGICHE

TOMO NONO

PISA
TIPOGRAFIA DEI FF. NISTRI
Premiati all' Esposizione di Parigi, 1867

1867

SOPRA LA TEORIA
DELLA CAPILLARITÀ

MEMORIA

DI ENRICO BETTI

I.

La teoria della capillarità è fondata sopra la ipotesi delle forze molecolari, cioè parte dal concetto che le molecole dei corpi agiscono le une sopra le altre nella direzione della retta che le unisce e con una forza direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse, che è nulla quando la distanza delle molecole è sensibile, ha un valore finito a distanza insensibile ed è variabile colla distanza con legge incognita, ma con continuità, e muta anche segno, cioè è ripulsiva per distanze minori, attrattiva per distanze maggiori di un certo valore. A questa ipotesi ne hanno aggiunte altre differenti i sommi geometri che hanno formato questa teoria, ma sono arrivati tutti alle medesime equazioni fondamentali.

Laplace (1) e *Gauss* (2) hanno ammesso che i liquidi conservano sempre la stessa densità in tutti i loro punti. *Poisson* (3) riconoscendo questa ipotesi non corrispondente alla realtà ha ammesso una rapida variazione di densità alla superficie, ma indipendente dalla curvatura della superficie stessa. *Young* (4) e *Mossotti* (5) hanno ammesso una tensione nel velo fluido che costituisce la super-

(1) Supplément au L. X. de la Mécanique céleste.

(2) Comm. S. R. Gott. VII.

(3) Nouvelle théorie de l'action capillaire.

(4) Tran. ph. of London. 1805.

(5) Lezioni di Fisica Matematica.

ficie libera del liquido. Il *Mossotti* [1] ha spiegato questa tensione colla rapida variazione di densità ammessa da *Poisson*, ed ha applicato le condizioni di equilibrio date dalla Meccanica per un velo flessibile soggetto a una trazione alle pareti del solido derivante dalla differenza tra l'attrazione esercitata dal solido sopra il liquido e dal liquido sopra sè stesso, ed al quale sia aderente la massa liquida, che viene così tratta in alto o spinta in basso.

Nella ipotesi di *Laplace* e di *Gauss*, nello strato di liquido compreso tra la superficie libera o a contatto del solido, e una superficie parallella a questa e distante della lunghezza del raggio di attività delle forze molecolari, le superficie parallelle alla superficie libera o a contatto col solido ricevono azione differente nel senso della normale esterna ed interna. Quindi l'analisi deve portare, come porta di fatti, alle condizioni di equilibrio di un velo flessibile sollecitato da forze normali alla sua superficie, secondo il concetto di *Young*. *Poisson* ha trovato però che le forze normali alla superficie che si avrebbero in questo modo, non potrebbero essere capaci di produrre inalzamenti o depressioni sensibili. Quindi ha ammesso che la densità vari rapidamente alla superficie, e così ha ottenuto forze normali alla superficie del liquido, capaci di produrre effetti sensibili; e per le condizioni di equilibrio quelle stesse di un velo flessibile come nella ipotesi di *Young* e di *Mossotti*.

Sono state eseguite moltissime esperienze per confrontare i risultati della teoria colla realtà. Il primo fatto in contradizione colla teoria fu osservato da *Young*. La teoria porta che nel caso di due liquidi sovrapposti in un tubo circolare cilindrico verticale di diametro capillare, la massa totale sollevata o depressa dev'essere eguale a quella che si avrebbe se il liquido inferiore fosse solo nel tubo, ed *Young* osservò che questa massa è notevolmente differente nel caso dei due liquidi sovrapposti, da quella che si ha nel caso del solo liquido inferiore. Il *Mossotti* pose la teoria d'accordo colla realtà, ammettendo che l'azione esercitata dalla parete del tubo sopra il contorno della superficie libera del liquido superiore, e quella al contorno della superficie di separazione dei due liquidi siano indipendenti tra loro, cioè la seconda non sia eguale alla somma delle azioni esercitate dalla parete sopra il liquido superiore alla superficie libera, e sopra il liquido inferiore, come se la sua superficie fosse libera. Ora questo, come vedremo, non potrebbe essere se la densità nel liquido superiore fosse distribuita egualmente in vicinanza dei contorni della superficie libera e della superficie di separazione dei due liquidi. Gli altri fatti posteriormente osservati in contradizione colla teoria confermano il concetto di questa differenza di distribuzione di densità.

[1] Atti del Congresso degli Scienziati Italiani a Torino. 1840.

La teoria dà inoltre il seguente teorema: le quantità di liquido sollevate o depresse per capillarità da un solido immerso nel medesimo, si ottengono moltiplicando per un coefficiente costante per solidi di medesima materia e per uno stesso liquido, la lunghezza della linea d'intersezione della superficie libera del liquido col solido. Ora l'esperienze di *Wertheim* (1) e di *Wilhelmy* (2) provano al contrario che questo coefficiente varia colla curvatura della superficie del solido. Secondo la teoria finchè non si aggiungano forze esterne non ci dovrebbe essere mutazione nella superficie libera del liquido, e l'esperienze di *Quinke* (3) provano al contrario che questa forma e il coefficiente d'inalzamento variano sensibilmente col tempo nei fenomeni capillari del mercurio. Il sig. *Wilhelmy* ha trovato inoltre che la condensazione dell'alcool in vicinanza delle pareti di un solido sarebbe sensibile alla bilancia, il che corrisponderebbe poco al concetto delle rarefazioni e condensazioni prodotte dalle forze molecolari nella ipotesi che queste si estendessero solo a distanze infinitesime.

Tutti questi esperimenti dimostrano che bisogna togliere dalla teoria alcune delle ipotesi che vi sono state introdotte, e modificarla ponendo in calcolo nozioni più esatte sulla natura delle forze di coesione e di adesione. Questo è lo scopo della presente Memoria.

Della ipotesi delle forze molecolari io conservo soltanto la prima parte, cioè ammetto soltanto che gli elementi dei corpi agiscano gli uni sugli altri nel senso della retta che li unisce e proporzionalmente al prodotto delle loro masse; il che porta ad ammettere che le forze di coesione e di adesione abbiano funzioni potenziali.

Se i liquidi risultassero da un sistema di punti materiali liberi perfettamente e in equilibrio sotto l'azione delle forze molecolari, è chiaro che non potrebbe aversi una differenza nei valori della funzione di queste forze nei diversi punti della massa del liquido. Perchè questa differenza produrrebbe moto finchè non si ottenesse una tal densità per cui la funzione delle forze avesse lo stesso valore in tutta la massa. Quindi non si potrebbe avere alla superficie libera del liquido quella tensione che altri fatti dimostrano e che sola è capace di produrre i fenomeni capillari. Ma questo stato di equilibrio interno non ha luogo nei corpi, e le nozioni che hanno portato nella scienza i fatti della termo dinamica, fanno ritenere al contrario, che non esista mai un vero equilibrio nell'interno dei corpi, e che l'equilibrio apparente sia invece uno stato *permanente* di moti rapidissimi. Alla superficie poi del liquido ove è una continua

(1) Annales de Ph. et Ch. T. 63.
(2) POGGENDORF. *Ann. der Ph. und Ch. B. 119.*
(3) POGGENDORF. *Ann. der Ph. und Ch. B. 105.*

mutazione di stato, una continua evaporazione, vi dev' essere una variazione del valore della funzione delle forze di coesione. Quindi se si tratta di un liquido come se fosse composto di punti in equilibrio sotto l'azione di forze che agiscono tra i medesimi, probabilmente sostituiamo uno stato ideale a quello reale, e per ottenere risultati in armonia coll'esperienza, bisognerà aggiungere una ipotesi che stabilisca l'equivalenza tra lo stato di equilibrio supposto, e la permanenza dei moti interni, dei quali i fenomeni fin quì osservati ci rivelano l'esistenza, ma non la natura. Io ammetterò perciò un impedimento, che col tempo possa anche in parte esser vinto, al passaggio delle particelle del liquido da uno ad un altro degli strati vicinissimi e parallelli alla superficie, passaggio che avrebbe luogo nelle molecole se le supponessimo affatto libere, in conseguenza della variabilità del valore della funzione potenziale in vicinanza della superficie.

II.

La funzione delle forze che un liquido esercita sopra un suo elemento, in cui sia concentrata l'unità di massa, è una funzione dei punti dello spazio occupato dal liquido, i cui valori dipendono dalla distribuzione della densità del liquido nella vicinanza dei punti che si considerano, e quindi è finita e continua in tutto lo spazio occupato dal liquido, se la densità di questo varia con continuità. Noi chiameremo questa funzione la *funzione potenziale della coesione* del liquido. Chiameremo anche *funzione potenziale dell'adesione* di un liquido A ad un solido o ad un altro liquido B, la funzione delle forze che il corpo B esercita sopra un elemento vicinissimo del liquido A per le quali questo aderisce alla superficie del corpo B.

Considereremo, per più semplicità, il caso in cui siano dati due soli liquidi differenti A_1, A_2 a contatto tra loro e con un corpo solido B. Denotiamo con V_1 lo spazio occupato dal liquido A_1, con V_2 lo spazio occupato dal liquido A_2; con ρ_1 e ρ_2 rispettivamente le densità di A_1 e di A_2; con φ_1 e φ_2 le rispettive funzioni potenziali della coesione dei medesimi; con ψ_1 e ψ_2 le rispettive funzioni potenziali delle loro adesioni al corpo solido B; con θ_1 e θ_2 le rispettive funzioni potenziali delle adesioni di A_1 ad A_2 e di A_2 ad A_1.

È evidente che il potenziale P del sistema dei due liquidi sarà dato dalla formula:

$$P = \frac{1}{2}\int_{V_1} (\varphi_1 + 2\psi_1 + 2\theta_1)\rho_1 dv + \frac{1}{2}\int_{V_2} (\varphi_2 + 2\psi_2 + 2\theta_2)\rho_2 dv ,$$

dove colla lettera in basso al segno integrale denotiamo lo spazio al quale il medesimo deve essere esteso.

Oltre alle forze di coesione e di adesione, il sistema è sottoposto alla forza di gravità, la cui funzione potenziale è eguale a gz quando si prenda verticale l'asse delle z, e l'origine nel piano orizzontale di livello del liquido inferiore in cui è immerso il solido. Quindi per avere il potenziale totale W del sistema dei due liquidi, bisognerà aggiungere a P la quantità:

$$\int_{V_1} g\rho_1 z\,dv + \int_{V_2} g\rho_2 z\,dv\,,$$

e avremo:

$$(1)\qquad W = \tfrac{1}{2}\int_{V_1}(\varphi_1 + 2\psi_1 + 2\theta_1 + 2gz)\rho_1\,dv + \tfrac{1}{2}\int_{V_2}(\varphi_2 + 2\psi_2 + 2\theta_2 + 2gz)\rho_2\,dv\,.$$

L'equilibrio del sistema si otterrà ponendo a zero la variazione prima di W, risultante dalla variazione δ_1 relativa alla densità ρ_1, dalla variazione δ_2 relativa alla densità ρ_2, e dalla variazione δ' relativa alla forma delle superficie libere dei due liquidi colla condizione che non varino le masse totali dei due liquidi. Avremo dunque per l'equilibrio:

$$(2)\qquad \delta_1 W + \delta_2 W + \delta'(W + k_1\int_{V_1}\rho_1\,dv + k_2\int_{V_2}\rho_2\,dv) = 0\,.$$

Variando ρ_1 variano evidentemente delle sei funzioni φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2, θ_1 e θ_2 soltanto φ_1 e θ_2, e variando ρ_2 variano solo φ_2 e θ_1. Avremo dunque:

$$\delta_1 W = \tfrac{1}{2}\int_{V_1}\left((\varphi_1 + 2\psi_1 + 2\theta_1 + 2gz)\delta\rho_1 + \tfrac{1}{2}\rho_1\delta\varphi_1\right)dv + \int_{V_2}\rho_2\,\delta\theta_2\,dv\,,$$

$$\delta_2 W = \tfrac{1}{2}\int_{V_2}\left((\varphi_2 + 2\psi_2 + 2\theta_2 + 2gz)\delta\rho_2 + \tfrac{1}{2}\rho_2\delta\varphi_2\right)dv + \int_{V_1}\rho_1\,\delta\theta_1\,dv\,.$$

Quando si hanno due sistemi di punti materiali S_1 e S_2, e i punti di S_1 agiscono su quelli di S_2 nel senso delle rette che li uniscono, e con intensità direttamente proporzionali al prodotto delle loro masse, se Φ_1 è la funzione potenziale delle forze con cui il sistema S_1 agisce sopra un punto del sistema S_2 in cui è concentrata l'unità di massa, e Φ_2 è la funzione potenziale delle forze con cui il sistema S_2 agisce sopra un punto di S_1 in cui sia concentrata l'unità di massa, il potenziale del sistema S_1 sopra S_2, se ρ_1 è la densità del sistema S_1, sarà: $\int \Phi_2 \rho_1 dv$ e se ρ_2 è la densità del sistema S_2 sarà anche dato da $\int \Phi_1 \rho_2 dv$, e quindi:

$$\int_{S_2} \Phi_1 \rho_2 dv = \int_{S_1} \Phi_2 \rho_1 dv \quad .$$

La equazione sussiste anche se gli spazi S_1 e S_2 coincidono in tutto o in parte. Questo teorema è la generalizzazione di uno dato da *Gauss* per le forze che agiscono secondo la legge di *Newton* (¹).

Pertanto avremo:

$$\int_{V_1} \rho_1 \delta\varphi_1 dv = \int_{V_1} \varphi_1 \delta\rho_1 dv \; ; \; \int_{V_2} \rho_2 \delta\varphi_2 dv = \int_{V_2} \varphi_2 \delta\rho_2 dv \; ,$$

$$\int_{V_2} \rho_2 \delta\theta_2 dv = \int_{V_1} \theta_1 \delta\rho_1 dv \; ; \; \int_{V_1} \rho_1 \delta\theta_1 dv = \int_{V_2} \theta_2 \delta\rho_2 dv \; ,$$

e quindi:

$$(3) \qquad \delta_1 W = \int_{V_1} (\varphi_1 + \psi_1 + 2\,\theta_1 + gz)\,\delta\rho_1 dv \; ,$$

$$(4) \qquad \delta_2 W = \int_{V_2} (\varphi_2 + \psi_2 + 2\,\theta_2 + gz)\,\delta\rho_2 dv \; .$$

(¹) Vedi. *Journal de Liouville*. Année 1842, pag. 301.

Ora le masse dei due liquidi non possono variare, avremo dunque:

$$\int_{V_1} \delta\rho_1\, dv = 0 \quad , \quad \int_{V_2} \delta\rho_2\, dv = 0 \quad ,$$

Ammettiamo di più che non possa variare altro che con un tempo assai lungo, la massa di liquido che si trova nei successivi strati infinitamente sottili e vicinissimi alle superficie che limitano gli spazi V_1 e V_2; avremo quindi:

$$\int \delta\rho_1\, dv = 0 \quad , \quad \int \delta\rho_2\, dv = 0 \quad ;$$

estendendo gl'integrali a uno qualunque di questi medesimi strati. Onde si vede dall'equazioni (3) e (4) che avremo:

$$\delta_1 W = 0 \quad , \quad \delta_2 W = 0 \quad ,$$

quando sia:

$$(5) \qquad \varphi_1 + \psi_1 + 2\,\theta_1 + gz = c_1 \quad ,$$

$$(6) \qquad \varphi_2 + \psi_2 + 2\,\theta_2 + gz = c_2 \quad ;$$

dove c_1 sia costante in tutto lo spazio V_1 fuori che in vicinanza della superficie, dove varia passando da uno degli strati parallelli alla superficie, ad un altro e c_2 sia costante in tutto lo spazio V_2, fuori che in vicinanza della superficie dove anch'essa vari passando da uno degli strati parallelli alla superficie ad un altro.

Sostituendo nella equazione (1) si ottiene:

$$W = \tfrac{1}{2} \int_{V_1} (c_1 + \psi_1 + gz)\, \rho_1\, dv + \tfrac{1}{2} \int_{V_2} (c_2 + \psi_2 + gz)\, \rho_2\, dv \quad .$$

Una funzione potenziale dà colle sue derivate le componenti dello stesso sistema di forze in uno spazio qualunque anche quando ad essa si aggiunga una quantità qualunque costante in tutto questo spazio. Ora nei punti dello spazio V_1 sufficientemente lontani dalle superficie che limitano questo spazio, le funzioni potenziali ψ_1 e θ_1 hanno un valore costante; parimenti in tutti i punti

dello spazio V_2 sufficientemente lontani dalle superficie che limitano questo spazio le funzioni potenziali ψ_2 e θ_2 hanno un valore costante. Quindi coll'aggiunta di costanti convenienti, si potranno in questi punti riguardare eguali a zero ψ_1 e θ_1, ψ_2 e θ_2, e avremo nei medesimi dall'equazioni (5) e (6);

$$\varphi_1 + gz = c_1 \quad , \quad \varphi_2 + gz = c_2 \quad ,$$

e quindi nei punti nei quali è inoltre $z=0$:

$$\varphi_1 = c_1 \quad , \quad \varphi_2 = c_2 \quad ,$$

e togliendo quindi dalle funzioni potenziali φ_1 e φ_2 questi loro valori, avremo eguali a zero le costanti c_1 e c_2 in questi punti e quindi in tutto lo spazio occupato dai due liquidi fuori che negli strati superficiali.

I valori delle funzioni potenziali φ_1 e φ_2 nei diversi punti dei due liquidi dipendono dalla distribuzione delle densità intorno ai medesimi, e saranno nulli questi valori in tutto un dato spazio quando la densità sia costante nel medesimo. Quindi ρ_1 e ρ_2 avranno valori costanti rispettivamente eguali a ρ' e ρ'' per tutto fuori che a distanze piccolissime dalle superficie libere del solido, e dalla superficie di separazione dei due liquidi.

Denotiamo con η_1 e η_2 queste distanze dalla superficie libera S_1 del primo e dalla superficie S_2 del secondo liquido: con η questa distanza dalla superficie t_1 del solido che è a contatto col primo e dalla superficie t_2 che è a contatto col secondo liquido, e con ε queste distanze dalla superficie σ di separazione dei due liquidi. Il potenziale W potrà porsi sotto la forma:

$$2\,W = \rho' g \int_{V_1} z\, dv + \rho'' g \int_{V_2} z\, dv$$

$$+ \int_{S_1} ds_1 \int_0^{\eta_1} \alpha_1\, dp\, (c_1 + \psi_1)\, \rho_1 \qquad + \int_{S_2} ds_2 \int_0^{\eta_2} \alpha_2\, dp\, (c_2 + \psi_2)\, \rho_2$$

$$+ \int_{t_1} dt_1 \int_0^{\eta} \beta\, dp\, (c_1 + \psi_1)\, \rho_1 \qquad + \int_{t_2} dt_2 \int_0^{\eta} \beta\, dp\, (c_2 + \psi_2)\, \rho_2$$

$$+\int_\sigma d\sigma \int_0^\varepsilon \gamma dp \Big((c_1+\psi_1)\rho_1 - (c_2+\psi_2)\rho_2 \Big)$$

$$+\int_{S_1} ds_1 \int_0^\eta \alpha_1 (\rho_1 - \rho') gz\, dp + \int_{t_1} dt_1 \int_0^\eta \beta (\rho_1 - \rho') gz\, dp$$

$$+\int_{t_2} dt_2 \int_0^\eta \beta (\rho_2 - \rho'') gz\, dp + \int_\sigma d\sigma \int_0^\varepsilon \gamma (\rho_1 - \rho') gz\, dp$$

$$+\int_\sigma d\sigma \int_0^\varepsilon \gamma (\rho_2 - \rho'') gz\, dp + \int_{S_2} ds_2 \int_0^{\eta_2} \alpha_2 (\rho_2 - \rho'') gz\, dp .$$

dove $\alpha_1 ds_1 dp$, $\alpha_2 ds_2 dp$, $\beta dt\, dp$, $\gamma d\sigma dp$ sono rispettivamente gli elementi degli strati aderenti alle superficie S_1 , S_2 t e σ e quindi α_1, α_2 , β e γ sono funzioni delle distanze da queste superficie e dei punti delle medesime. Poniamo:

$$\int_0^{\eta_1} \alpha_1 dp (c_1+\psi_1)\rho_1 = a_1 \quad , \quad \int_0^{\eta_2} \alpha_2 dp (c_2+\psi_2)\rho_2 = a_2$$

$$\int_0^\eta \beta\, dp (c_1+\psi_1)\rho_1 = b_1 \quad , \quad \int_0^\eta \beta\, dp (c_2+\psi_2)\rho_2 = b_2$$

$$\int_0^\varepsilon \gamma\, dp \Big((c_1+\psi_1)\rho_1 - (c_2+\psi_2) \Big) \rho_1 = e$$

$$\int_0^\eta \beta\, dp (\rho_1 - \rho') = \mu_1 \quad , \quad \int_0^\eta \beta\, dp (\rho_2 - \rho'') = \mu_2 \; .$$

Le quantità a_1, a_2, e e b_1, b_2, μ_1, μ_2 saranno rispettivamente funzioni soltanto dei punti delle superficie S_1, S_2, σ e t. Trascurando il peso degli strati di densità variabili aderenti alle superficie S_1, S_2 e σ, avremo:

$$(7) \qquad 2W = \int_{S_2} a_1 ds_1 + \int_{S_2} a_2 ds_2 + \int_\sigma e d\sigma$$
$$+ \int_{t_1} b_1 dt_1 + \int_{t_2} b_2 dt_2 + g \int_{t_1} \mu_1 z dt_1 + g \int_{t_2} \mu_2 z dt_2$$
$$+ \rho' \int_{V_1} gz dv + \rho'' \int_{V_2} gz dv .$$

III.

Determiniamo ora la variazione dovuta alla mutazione di forma della superficie S, degl'integrali:

$$\int_S a ds ,$$

che si trovano nella formula (7). Ponendo:

$$p = \frac{dz}{dx} \quad , \quad q = \frac{dz}{dy} \quad ,$$

$$\sqrt{1 + p^2 + q^2} = P \quad ,$$

avremo:

$$\int_S a ds = \iint a P dx dy \quad .$$

Quindi:

$$(8)\quad \delta' \int a\,ds = \iint dx\,dy \left\{ \frac{d(a\,\mathrm{P}\,\delta x)}{dx} + \frac{d(a\,\mathrm{P}\,\delta y)}{dy} + a\left(\frac{d\mathrm{P}}{dp}\delta p + \frac{d\mathrm{P}}{dq}\delta q\right)\right\}$$

$$= \int_0^l a\,d\sigma \left\{ \left(\mathrm{P}\,\delta x - \frac{p}{\mathrm{P}}\,\delta_0 z\right)\frac{dy}{d\sigma} - \left(\mathrm{P}\,\delta y - \frac{q}{\mathrm{P}}\,\delta_0 z\right)\frac{dx}{ds}\right\}$$

$$- \iint \delta_0 z\,dx\,dy \left\{ a\left(\frac{d\frac{p}{\mathrm{P}}}{dx} + \frac{d\frac{q}{\mathrm{P}}}{dy}\right) + \frac{p}{\mathrm{P}}\frac{da}{dx} + \frac{q}{\mathrm{P}}\frac{da}{dy}\right\} \quad ,$$

dove $d\sigma$ è l'elemento ed l è la lunghezza del contorno della superficie S; $\delta_0 z$ denota la variazione di z quando rimangono invariate x ed y, e δx, δy, δz sono le variazioni che le coordinate dei punti della superficie S ricevono nel passare dalla forma primitiva alla forma variata; onde abbiamo:

$$\delta z = \delta_0 z + p\,\delta x + q\,\delta y \quad .$$

Siano: α, β, γ i coseni degli angoli che la normale n alle superficie S fa con i tre assi: α', β', γ' i coseni degli angoli che la tangente t al contorno σ fa cogli assi, ed $\alpha'', \beta'', \gamma''$ i coseni degli angoli che la retta T normale ad n e a t fa cogli assi. Avremo:

$$\delta_0 z = \frac{\alpha\,\delta x + \beta\,\delta y + \gamma\,\delta z}{\gamma} \quad ,$$

e quindi:

$$\left(\mathrm{P}\,\delta x - \frac{p}{\mathrm{P}}\,\delta_0 z\right)\frac{dy}{ds} - \left(\mathrm{P}\,\delta y - \frac{q}{\mathrm{P}}\,\delta_0 z\right)\frac{dx}{ds} =$$

$$= \frac{1}{\gamma}\left(\beta'\,\delta x - \alpha'\,\delta y + (\alpha\beta' - \alpha'\beta)\,(\alpha\,dx + \beta\,\delta y + \gamma\,\delta z)\right) =$$

$$= \alpha''\,\delta x + \beta''\,\delta y + \gamma''\,\delta z \quad .$$

Ora il liquido che si trova sul contorno σ non può muoversi altro che lungo la parete t con cui è a contatto. Onde se prendiamo sopra la superficie t un sistema di coordinate di *Gauss*, che denoteremo con u e v, dovremo

avere:

$$\delta x = \frac{dx}{du}\delta u + \frac{dx}{dv}\delta v \quad ,$$

$$dy = \frac{dy}{du}\delta u + \frac{dy}{dv}\delta v \quad ,$$

$$\delta z = \frac{dz}{du}\delta u + \frac{dz}{dv}\delta v \quad ,$$

e quindi:

$$\alpha''\delta x + \beta''\delta y + \gamma''\delta z = \left(\alpha''\frac{dx}{du} + \beta''\frac{dy}{du} + \gamma''\frac{dz}{du}\right)\delta u + \left(\alpha''\frac{dx}{dv} + \beta''\frac{dy}{dv} + \gamma''\frac{dz}{dv}\right)\delta v$$

e denotando con $\delta\sigma_1$, $\delta\sigma_2$ gli elementi delle curve $v =$ *costante*, $u =$ *costante* che supporremo ortogonali, sarà:

$$\alpha''\delta x + \beta''\delta y + \gamma''\delta z = \cos(\mathrm{T}, \sigma_1)\,\delta\sigma_1 + \cos(\mathrm{T}, \sigma_2)\,\delta\sigma_2 \quad ,$$

e se facciamo coincidere con σ la tangente alla curva σ_2, e denotiamo con T' la tangente alla curva σ_1, che sarà perpendicolare alla tangente al contorno σ e alla normale alla superficie S, avremo:

$$\cos(\mathrm{T}, \sigma_1) = \cos(\mathrm{T}, \mathrm{T}'), \ \cos(\mathrm{T}, \sigma_2) = 0 \quad ;$$

e quindi:

$$\alpha''\delta x + \beta''\delta y + \gamma'' dz = \cos(\mathrm{T}, \mathrm{T}')\,\delta\sigma_1 \quad .$$

Abbiamo inoltre:

$$\frac{d\frac{p}{\mathrm{P}}}{dx} + \frac{d\frac{q}{\mathrm{P}}}{dy} = -\frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy} = -\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right) \quad ,$$

denotando con R ed R' i raggi di massima e di minima curvatura della superficie S.

Sostituendo i valori trovati, nella equazione (8) si ottiene:

$$(9) \quad \delta'\int_{\mathrm{S}} a\,ds = \int_0^l a\,\delta\sigma_1\cos(\mathrm{T}, \mathrm{T}')\,d\sigma + \iiint \delta_0 z\,dx\,dy \left\{ a\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right) - \frac{da}{dx}\alpha - \frac{da}{dy}\beta \right\}$$

Per ottenere la variazione degl'integrali della formula (7) della forma:

$$\int_t b\,dt \quad ,$$

nei quali la superficie t è di forma invariabile, e la variazione è dovuta al movimento del liquido lungo la medesima bisogna prendere le direzioni tra loro ortogonali $\delta\sigma_1$, $\delta\sigma_2$ nel piano tangente a t, e facendo coincidere σ_2 con σ, σ_1 coinciderà con T', e quindi:

$$\alpha''\delta x + \beta''\delta y + \gamma''\delta z = \cos(\mathrm{T}', \mathrm{T}')\,\delta\sigma_1 = \delta\sigma_1 \quad ,$$

e poichè:

$$\delta_0 z = 0 \quad ,$$

avremo:

$$(10) \qquad \delta' \int_t b\,dt = \int_0^l b\,\delta\sigma_1\,d\sigma \quad .$$

Gl'integrali tripli che compariscono nella formola (7) sono della forma:

$$\int_{\mathrm{V}} a\,dv \quad ,$$

dove a è una funzione delle sole coordinate x, y, z. Variando la forma delle superficie che limitano lo spazio V, abbiamo:

$$\delta' \int_{\mathrm{V}} a\,dv = \delta \iiint a\,dx\,dy\,dz = \iiint \left(\frac{d(a\,\delta x)}{dx} + \frac{d(a\,\delta y)}{dy} + \frac{d(a\,\delta z)}{dz} \right) dx\,dy\,dz$$

$$= \int_{\mathrm{S}} a(\alpha\,\delta x + \beta\,\delta y + \gamma\,\delta z)\,ds \quad .$$

Se le superficie che limitano V sono S_1 S_2 e t, questo integrale si decompone in tre.

Osservando che gli angoli che le parti esterne allo spazio V delle normali alle superficie S_2 ed S_1 coll'asse delle z sono uno acuto l'altro ottuso, è chiaro che essendo sopra la superficie S_2:

$$ds_2\,(\alpha\,\delta x_2 + \beta\,\delta y_2 + \gamma\,\delta z_2) = \gamma\,\delta_0 z_2\,ds_2 = \delta_0 z_2\,dx\,dy \quad ,$$

sopra la superficie S_1 sarà:

$$ds_1(\alpha\,\delta x_1 + \beta\,\delta y_1 + \gamma\,\delta z_1) = \gamma\,\delta_0 z_1\,ds_1 = -\delta_0 z_1\,dx\,dy \quad .$$

Abbiamo inoltre sopra la superficie t:

$$\alpha \delta x + \beta \delta y + \gamma \delta z = 0 \quad ,$$

perchè il liquido a contatto colla superficie t rimane sempre a contatto durante la variazione. Quindi:

$$(11) \qquad \delta \int_V a\,dv = \iint (a'' \delta_0 z_2 - a' \delta_0 z_1)\,dx\,dy \quad ,$$

dove con a'' e a' denotiamo i valori di a corrispondenti rispettivamente ai valori z_2 e z_1 di z.

IV.

A noi per lo scopo che ci siamo proposti basterà limitarsi a considerare il caso in cui la superficie solida a contatto coi liquidi sia cilindrica verticale. Cominciamo dal supporre un liquido solo. Avremo:

$$\psi_2 = \psi_2 \ , \ \theta_1 = \theta_2 \ , \ \rho' = \rho'' \ ,$$

onde:

$$c = 0 \ , \ b_1 = b_2 \ , \ \mu_1 = \mu_2 \ ,$$

e quindi:

$$(12) \qquad 2\mathrm{W} = \int_{\mathrm{S}_1} a_1\,ds_1 + \int_{t_1} b_1\,dt_1 + \int_{\mathrm{S}_2} a_2\,ds_2$$

$$+ \rho' \int_V gz\,dv + g \int_{t_1} \mu_1 z\,dt_1 \ .$$

Se la superficie del solido è quella di un solo piano non vi è che una sola superficie libera del liquido: manca la superficie S_2. Se è composta delle superficie interne di due piani parallelli o della superficie interna di un tubo cilindrico. se non si ha riguardo al fenomeno di capillarità che si deve manifestare alla superficie esterna, e la superficie S_2 è molto grande rispetto all'estensione delle superficie S_1, la variazione di quella dà luogo a una variazione trascurabile di

fronte alla variazione di questa. Quindi in ambedue i casi avremo:

$$(13)\qquad \delta' \int_{S_2} a_2 \, ds_2 = 0 \; .$$

Se poi denotiamo con ω l'angolo che fanno i piani tangenti alla superficie libera S_1 e alla superficie t_1, lungo la linea della loro intersezione, e denotiamo con l la lunghezza di questa linea, avremo dalla formula (9):

$$(14)\qquad \delta \int_{S_1} a_1 \, ds_1 = \int_0^l a_1 \cos\omega \, d\sigma \, \delta z +$$

$$+ \iint dx\, dy \left\{ a_1 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) - \left(\frac{da_1}{dx} \cos(nx) + \frac{da_1}{dy} \cos(ny) \right) \right\} \delta z \; .$$

Dalla formula (10):

$$(15)\qquad \delta' \int_{t_1} b_1 \, dt_1 = \int_0^l b_1 \, \delta z \, d\sigma$$

$$(16)\qquad \delta' \int \mu_1 z \, dt_1 = \int_0^l \mu_1 z \, \delta z \, d\sigma \quad ,$$

e dalla formula (11), osservando che si ha: $z_1 = 0$:

$$(17)\qquad \delta' \rho' \int g z \, dv = \iint g z \, \rho' \, \delta z \, dx \, dy$$

$$(18)\qquad \delta' k \int_{V_1} \rho' \, dv = k \int_{V_1} \rho' \, \delta z \, dx \, dy \quad .$$

Sostituendo i valori (13), (14), (15), (16), (17) e (18) nella equazione:

$$\delta' W + \delta' k \int_{V_1} \rho' dv = 0 \quad ,$$

dedotta dalla formula (12), si ottiene:

$$\int^{l} (a_1 \cos\omega + b_1 + g\mu_1 z)\, \delta z\, d\sigma + \iiint dx\, dy\, \delta z \Big[g\rho' z + k\rho' + a_1 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

$$- \left(\frac{da_1}{dx}\cos(n, x) + \frac{da_1}{dg}\cos n y\right)\Big] = 0 \quad .$$

Onde:

$$(19) \qquad g\rho' z + k\rho' + a_1 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) - \frac{da_1}{dx}\cos(n x) - \frac{da_1}{dg}\cos(n, y) = 0 \quad ,$$

$$(20) \qquad a_1 \cos\omega + b_1 + g\mu_1 z = 0 \quad .$$

Ora a_1 che dipende dalla distribuzione della densità alla superficie S_1 e dai valori che nello strato superficiale ha la quantità c_1, può riguardarsi costante sopra tutta questa superficie, fuori che in vicinanza del suo contorno, dove la densità e c_1 varieranno rapidamente, ma con continuità, a cagione del valore differente da zero che ivi acquista la funzione ψ_1. Onde il valore di a_1 nella equazione (19) sarà in tutti i punti della superficie non vicinissimi al contorno eguale ad una quantità costante a diversa dal valore di a_1 nella equazione (20), il quale sarà costante se la parete è un cilindro circolare o un piano verticale, potrebbe essere variabile se la superficie del solido fosse un cilindro non circolare. Di più essendo a costante in tutta la parte di superficie non vicinissima al solido, spariscono gli ultimi due termini, e abbiamo:

$$(21) \qquad g\rho' z + k\rho' + a \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = 0 \quad ,$$

$$(22) \qquad a_1 \cos\omega + b_1 + g\mu_1 h = 0 \quad ,$$

dove h indica l'altezza del contorno,

Prendendo il piano orizzontale di livello per piano delle xy abbiamo in esso:

$$R = \infty \quad , \quad R' = \infty \quad ,$$

onde:

$$k = 0 \quad ,$$

e quindi l'equazione (21) diviene:

$$(23) \qquad g\rho Z + a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = 0 \quad .$$

Trascurando le quantità di liquido condensate alle parete, sarà $\mu_1 = 0$ e la equazione (22) diverrà:

$$(24) \qquad a_1 \cos\omega + b_1 = 0 \quad .$$

Determiniamo ora la quantità M di liquido sollevata per capillarità. Avremo dalla equazione (19) nella quale è posto $k = 0$, ponendo mente alla equazione (20):

$$g M = \iiint \rho\, dx\, dy\, dz = g \iint \rho z\, dx\, dy + g \int_0^l \mu_1 z\, d\sigma$$

$$= \iint a_1 \left\{ \frac{d\dfrac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dx} + \frac{d\dfrac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dy} \right\} dx\, dy$$

$$+ \iint \left\{ \frac{da_1}{dx} \frac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}} + \frac{da_1}{dy} \frac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \right\} dx\, dy$$

$$+ g \int_0^l \mu_1 h\, d\sigma = l a_1 \cos\omega + g \mu_1 h l$$

$$= - b_1 l \quad .$$

Quindi la massa di liquido sollevata o depressa per capillarità sarà proporzionale alla lunghezza della linea d'intersezione della superficie libera del liquido colla superficie del solido; ma il coefficiente b_1 d'inalzamento o di depres-

sione del liquido dipendendo dalla distribuzione della densità del liquido lungo questa linea, potrà variare colla curvatura della superficie e col tempo, potendosi modificare questa distribuzione in conseguenza delle variazioni che offre la funzione potenziale φ_1 nella vicinanza di questo contorno, e che solo in un tempo più o meno lungo possono far passare parti di liquido da uno all'altro degli strati parallelli e vicinissimi alla superficie libera e alla superficie del solido.

V.

Passiamo ora a considerare il caso di due liquidi differenti sovrapposti in un tubo cilindrico circolare verticale. La funzione potenziale W è data dalla equazione (7). Abbiamo anche in questo caso:

$$\delta' \int_{S_2} a_2 ds_2 = 0 \quad .$$

Denotando con z_1 le coordinate della superficie S_1 e con z_2 quelle della superficie σ; con ω_1 l'angolo del piano tangente alla superficie cilindrica del tubo col piano tangente alla superficie S_1 lungo la loro linea d'intersezione, e con ω_2 l'angolo della superficie σ colla stessa superficie cilindrica lungo la loro intersezione; avremo:

$$\delta' \int a_1 ds_1 = \int_0^l a_1 \cos\omega_1 dz_1 ds + \iint \left\{ a_1 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) - \frac{da_1}{dx} \cos(nx) - \frac{da_1}{dy} \cos(n,y) \right\} \delta z_1 dx dy \; .$$

$$\delta' \int_0 e\, d\tau = \int_0^l e \cos\omega_2 \delta z_2 ds' + \iint \left\{ e \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1} \right) - \frac{de}{dx} \cos(nx) - \frac{de}{dy} \cos(n,y) \right\} \delta z_2 dx dy \; .$$

$$\delta' \int_{t_1} b_1 dt_1 = \int_0^l b_1 (\delta z_1 - \delta z_2) ds \quad , \quad \delta \int b_2 dt_2 = \int_0^l b_2 \delta z_2 ds \quad ;$$

e denotando con h_1 il valore di z_1 per il contorno di S_1 e con h_2 il valore di z_2 per il contorno di σ, abbiamo:

$$\delta' \rho' \int g z_1 \, dv = \rho' g \iint z_1 \delta z_1 \, dx \, dy - \rho' g \iint z_2 \delta z_2 \, dx \, dy \quad , \quad \delta' \rho'' \int g z_2 \, dv = \rho'' g \iint z_2 \delta z_2 \, dx \, dy \quad .$$

$$\delta \int_{t_1} \mu_1 z \, dt = \int_0^l (\mu_1 h_1 \delta z_1 - \mu_1 h_2 \delta z_2) \, ds \quad , \quad \int_{t_2} \mu_2 z \, dt = \int_0^l \mu_2 h_2 \delta z_2 \, ds \quad .$$

$$\delta' k_1 \int_{V_1} \rho' dv + \delta' k_2 \int_{V_2} \rho_2 \, dv = k_1 \iint (\delta z_1 - \delta z_2) \rho' dx \, dy + k_2 \iint \delta z_2 \rho'' dx \, dy \quad .$$

Onde sostituendo nella equazione:

$$\delta' W + \delta' k_1 \int_{V_1} \rho' dv + \delta' k_2 \int_{V_2} \rho'' dv = 0 \quad ,$$

dedotta dalla (7) si ottiene:

$$k_1 \rho' + g \rho' z_1 + a_1 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) - \frac{da_1}{dx} \cos(n\,x) - \frac{da_1}{dy} \cos(ny) = 0 \quad ,$$

$$k_2 \rho'' - k_1 \rho' + g(\rho'' - \rho') z_2 + e \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} \right) - \frac{de}{dx} \cos(n_1 x) - \frac{de}{dy} \cos(ny) = 0 \quad ,$$

$$a_1 \cos \omega_1 + b_1 + g \mu_1 h_1 = 0 \quad , \quad e \cos \omega_2 + b_2 - b_1 + g(\mu_2 h_2 - \mu_1 h_1) = 0 \quad .$$

Ora osserviamo che a_1 avrà un valore che potrà riguardarsi come costante ed eguale ad a sopra tutta la superficie S_1, e differente dal valore a_1 che avrà sul contorno. Lo stesso può dirsi per e, che sarà eguale ad una costante e sopra tutta la superficie σ, fuori che nei punti vicini al contorno dove avrà un valore che varierà rapidamente ma con continuità e sul contorno sarà eguale ad e' differente da e. Parimente b_1 sopra il contorno di S_1 avrà un valore b, sopra il contorno di σ un valore b', differente da b e da b_2. L'equazioni dunque potranno scriversi:

$$k_1 \rho' + g \rho' z_1 + a \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = 0 \quad , \quad k_2 \rho'' - k_1 \rho' + g(\rho'' - \rho') z_2 + e \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} \right) = 0 \quad ,$$

$$a_1 \cos \omega_1 + b + \mu_1 g h_1 = 0 \quad , \quad e' \cos \omega_2 + b_2 - b' + g(\mu_2 h_2 - \mu_1 h_1) = 0 \quad .$$

Prendendo per piano delle xy il piano orizzontale di livello del liquido inferiore si trova: $k_2 = 0$ e quindi le due equazioni prendono la forma:

$$g\rho' z_1 + k + a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = 0 \quad ,$$

$$g(\rho'' - \rho')z_2 - k + e\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1}\right) = 0 \quad .$$

Trascurando le quantità di liquido condensate alla parete sarà $\mu_1 = \mu_2 = 0$, e le altre due equazioni diverranno:

$$a_1 \cos\omega_1 + b = 0 \quad , \quad e' \cos\omega_2 + b_2 - b' = 0 \quad .$$

Determiniamo la quantità di liquido sollevata. Denotandola con M avremo:

$$gM = \iiint g[\rho'(z_1 - z_2) + \rho'' z_2]\, dx\, dy\, dz$$

$$= \int_0^l (a_1 \cos\omega_1 + e_1 \cos\omega_2)\, d\sigma = -(b - b' + b_2)\, l \quad .$$

Quindi la massa liquida sollevata o depressa sarà anche in questo caso proporzionale alla lunghezza della linea d'intersezione della superficie libera col solido; ma il coefficiente d'inalzamento o di depressione potrà variare col diametro del tubo come portano le esperienze di *Wilhelmy*, e sarà differente da quello che si avrebbe nel caso di un sol liquido come porta la osservazione di *Young*.

Se però la distribuzione della densità nel liquido superiore in vicinanza del contorno della sua superficie libera e in vicinanza del contorno della superficie di separazione dei due liquidi fosse la stessa e quindi anche i valori di c_1 vi fossero eguali, avremmo:

$$b = b'$$
$$gM = -b_2 l$$

e quindi la massa sollevata o depressa sarebbe la stessa come se il liquido inferiore fosse solo nel tubo.



DEL MERITO
DEI VENETI NELLA GEOLOGIA

ORAZIONE INAUGURALE

PRONUNZIATA

DAL PROF. G. MENEGHINI

PELL' APERTURA DEGLI STUDII

DELLA

R. UNIVERSITÀ DI PISA

ANNO 1866-1867

Chiarissimi Colleghi ed Onorevoli Signori!

La solenne apertura degli Studii ci riunisce ogni anno in quest'Aula lieti del rivederci, rinfrancati dalle ferie, animosi d' intraprendere con nuova lena le scolastiche fatiche, fiduciosi di corrispondere alla giusta aspettazione dei giovani, i quali, come a maestri ed a padri, ci si stringono intorno, bramosi della istruzione, che li deve rendere cittadini utili ed onorati. Ma la lunga separazione, le fiere perplessità ed i grandi avvenimenti che si sono compìti accrescono in oggi questa solennità, cui ognuno di noi assiste con animo profondamente commosso. Se fu quindi sempre lodevole consuetudine che alla grandezza dell' occasione rispondesse splendida eloquenza d' inaugurale discorso ed autorità di nome rispettato, ben giustamente in quest' anno a qualunque di Voi, Colleghi illustri!, anzichè a me, doveva incombere l' onorevole incarico. La legge che a me lo impone non offre che un compenso alla povera nudità della parola ed alla scarsezza dell' ingegno: l' esule riconoscente che un dì accoglieste come fratello, salendo questa cattedra, vi testimonia indivisa anche nell' amore la patria miracolosamente unita, e, ad avervi indulgenti, trae argomento al suo dire dalla natìa Venezia.

Nella storia della Geologia splendono i nomi di molti illustri dotti della Venezia, figurano qual campo di feconde osservazioni le venete provincie. Ma non è soltanto la fortuna dei natali, nè la varietà e la grandezza dei fenomeni naturali accolti in questa terra benedetta, che formino la gloria della veneta geologia. Non uno ma tutti gli studii, nè le scienze sole, ma con esse e prima di esse, la filosofia, le umane lettere e le arti belle fiorirono anticamente nel libero paese. Se la scuola geologica veneta, la scuola del Zannichelli, del Vallisnieri, di Lazzaro Moro, di Giovanni Arduini, di Fortis, del Brocchi e del Marzari Pencati è, per opera di quei grandi maestri, così giustamente ed universalmente famosa, essa deve i suoi fondamenti, i suoi progressi e la stessa sua gloria all'indole, all'educazione, all'industria, alle abitudini, all'antica storia ed alla indipendenza dei Veneti. Tale è il mio tema, che ben altro ingegno ed altra dottrina vorrebbe ad essere completamente svolto, ma che io pur oso proporre come dimostrato anche dalla sola indicazione di alcuni fra i principali titoli di benemerenza che si acquistarono i Veneti, nella scienza che ha per iscopo la struttura e la storia della Terra.

Io credo trovarsi una prima prova materiale di spirito naturalmente inclinato alla osservazione, di animo educato da sani studii ad apprezzare le opere della Natura ed a sentirne le bellezze, di cultura molteplice ed universalmente diffusa, nelle antiche, celebri e molte collezioni descritte ed illustrate dai veneti naturalisti. L'abitudine dei viaggi, la lontananza delle scale, la ricchezza degli emporii, le necessità dei negozii, e, più che tutto, le naturali doti dell'animo destarono per tempo nei Veneziani l'amor del raccogliere, così i prodotti dell'Arte come quelli della Natura. Ma ciò che a noi più interessa è la parte notevolissima che presero, fin d'allora, in esse raccolte i petrefatti del Padovano, del Vicentino, del Veronese, del Trentino, del Friuli, dell'Istria e della Dalmazia, dei quali si mostrava con ciò di riconoscere la significazione e di apprezzare la importanza.

Correva l'anno 1517 quando, restaurandosi la cittadella di S. Felice in Verona, si scoprirono nell'interno de' macigni granchi e conchiglie impietrite, che fornirono ai curiosi materia di molti discorsi. S'interpellarono i dottori del paese, e fra questi il Fracastoro, il quale, dopo di avere dichiarato le diverse opinioni sulla causa di questo fenomeno, espose la sua. Confutò prima il sistema di coloro che attribuivano i nicchi fossili al diluvio Mosaico, dimostrò inoltre quanto assurdo fosse di ricorrere, come taluni incominciavano a fare, a certa forza plastica latente nel suolo, e conchiuse che quei gusci avevano appartenuto a veri e reali animali vissuti e moltiplicati dove se n'erano trovate le spoglie, perchè rimaste sepolte nei sedimenti marini de' quali le montagne sono formate.

Da ciò il Fracastoro fu altamente proclamato l'instauratore della Paleontologia in Italia, come il Palissy lo fu sessantatre anni dopo in Francia, tanta fu la gloria di aver formulata nel XVI secolo una dottrina di così evidente verità, ch'era

già stata così chiaramente espressa nelle più antiche cosmogonie dell'Oriente, che l'Egitto aveva tramandata alla Grecia, cantata da Ovidio e da Orazio, sviluppata da Strabone, dimostrata da Avicenna, sulla quale Alessandro degli Alessandri fin dal 1400, fantasticava un mutamento nella posizione dell'asse terrestre, alla quale alludeva con mitologiche finzioni il Boccaccio, e che il genio universale di Leonardo da Vinci deduceva semplicemente dalle proprie osservazioni. È perchè in quel secolo ed in tutto il successivo, alla diretta osservazione fu in generale preferito dai dotti l'esercizio scolastico della discussione accademica, invelenita dalla fatale intromissione delle questioni religiose nella scienza, venendo con eguale erroneità invocata e contraddetta la testimonianza dei fossili a sostenere od a combattere la universalità del diluvio.

E nel XVII ed in pieno XVIII secolo, la teoria diluviana trovava tuttora chi la sosteneva, anche in Italia, fra i Lincei di Roma, sordi agli insegnamenti di Fabio Colonna, e nell'istituto di Bologna, onde n'ebbero onore perchè la combatterono il Baldassari, il Caluri, il Mattani, il Bastiani ed il Targioni in Toscana, quando la scuola veneta, che l'aveva costantemente rigettata, ne riportava completa vittoria colle osservazioni e colle scoperte di Vallisnieri e di Vitaliano Donati.

Bell'accordo e notevole contemporaneità di progresso fra queste due elette parti d'Italia, che, sotto tanti altri aspetti, meritano di essere paragonate, e che noi qui troviamo dover ravvicinare per la indipendenza di opinioni, per la giusta separazione fra ordini affatto distinti di considerazioni e per il buon senso pratico applicato anche alle cose della scienza.

Ma un altro gran vero emerge del pari da quella citazione e da quel confronto, in prova al mio assunto. Quel Fracastoro, che così giustamente ragionava sui petrefatti, era il filosofo, il medico sapiente, il poeta che svolgeva in versi immortali di aurea latinità il gran tema della più orrenda fra le umane infermità. E della greca, latina ed italiana letteratura si nutrirono e si ornarono quei sommi dei quali devo farvi parola: il Vallisnieri, l'Arduini, il Fortis, il Brocchi, emuli nel bello stile al Redi, al Cocchi ed al Targioni.

La geologia fu detta la più antica delle scienze, in quantochè tutte le cosmogonie alludono a teorie geologiche, ed insieme la più recente perchè non cominciò ad essere vera scienza se non quando, banditi i sistemi, si applicò ad osservare direttamente la Natura. L'intima connessione per altro che chiaramente si appalesa fra tutte le opere dell'ingegno umano trasmesse in eredità da generazione in generazione, dimostra ingiusta e sconoscente quella vantata indipendenza dall'antichità. « Senza i sistemi geologici a poca cosa si ridurrebbe quel tanto che sappiamo intorno alla struttura del globo. Ad esse più o meno ingegnose teorie, purchè non sieno meramente ideali e speculative, siamo debitori in gran parte di quelle cognizioni di fatto che costituiscono il vero capitale della scienza, perchè molte verità sfuggite sarebbero all'attenzione, o i più le avrebbero reputate

indifferenti se non si avesse avuto speciale interesse di farne stima per difendere od impugnare un sistema ». Così, a testimonianza del Brocchi, giudicarono i veneti naturalisti, e come avevano combattuto la teoria diluviana, non già per ispirito di parte, nè per contrastare alla più o meno grande estensione di quell'avvenimento, ma perchè da esso non poteva ripetersi il seppellimento e la fossilizzazione di generazioni innumerevoli di esseri, vissuti in tempi incomensurabilmente lontani ed in condizioni grandemente diverse, così sottoposero con imparzialità e giustizia alla prova dei fatti tutti gli altri sistemi.

Le osservazioni metodicamente estese a tutta Italia, colle quali il Vallisnieri confutava il sistema di Woodward, e l'analisi che l'Arduini instituiva delle opinioni professate ai suoi tempi dai dotti più autorevoli, sono di grande ammaestramento anche all'età nostra, nella quale la giusta esclusione del principio di autorità si esagera da taluni fino a sognare la universale uguaglianza anche nel potere dell'intelligenza, e l'orgoglio si spinge fino all'illusione di aver recato tutto l'umano sapere alle forme generiche ed astratte. Se nessuna opinione, sia pure del più celebrato maestro, deve essere accettata senza che vi concorra il convincimento, non per questo dobbiamo sdegnosamente rigettare, come fosse assurda, ogni difficoltà che non ci riesca superare. Oh! quante volte lo stesso fatto, osservato di nuovo ed a mente tranquilla, ci apparisce diverso da quello che lo avevamo veduto la prima volta, e lo stesso concetto dapprima oscuro od affatto chiuso, con nuova applicazione si apre all'intelletto qual campo vastissimo! La nobile fidanza in noi stessi, ch'è molla fortissima alle grandi opere, non induca ad ostinazione intollerante e sdegnosa, che il volgo denomina fermezza di carattere, e che se talvolta può guidare diritto e lontano, bene spesso guida invece lontano sì, ma dal retto sentiero. E la modesta diffidenza, che persuade a ripetere l'osservazione e seguir pazientemente con rinnovata fatica la sintesi, non raffreddi anzichè temperare il nostro ardore, non semini di dubbi il nostro cammino, non veli d'incertezze ogni orizzonte e, coll'eccesso della prudenza che impone ai nostri passi, non termini per condannarci a desolante stazionarietà.

Le splendide ma infondate speculazioni teoretiche di Buffon e le diligentissime ma sterili ricerche di Guettard danno esempio degli opposti eccessi, per la mancanza, anche negli ingegni superiori, di equa misura e di armonia fra le due facoltà che l'Arduini mirabilmente impiegava a fondare il metodo dell'osservazione geologica, del quale interamente difettarono e quelli e gli altri suoi contemporanei.

Educati oggidì col sussidio di facili e brevi manuali di una scienza già grandemente progredita, non pensiamo neppure che lunghi e difficili studii potessero soli condurre a discernere quelle verità che ci appariscono tanto evidenti, ed alle quali anzi attribuiamo estensione e valore maggiori che realmente non abbiano, appunto perchè ignoriamo per qual via i nostri antecessori e maestri vi

giungessero. Leggendo e meditando le venerate pagine che Giovanni Arduini dettava, ora è più di un secolo, nessuno può a meno di sentirsi tutto compreso di ammirazione per quell'alta superiorità d'intelletto. Allora che tanti sognatori farneticavano sulla origine ipotetica della terra, sulle forze misteriose che supponevano aver agito a modificarla, sulle vicende immaginose per le quali inducevano dover essa aver passato; allora che la mineralogia si riduceva pressochè esclusivamente alla ricerca dei metalli ed alla distinzione delle materie vitrescenti dalle calcinabili; allora che la teorica del flogisto inceppava ogni ricerca ed oscurava ogni scoperta chimica; di mezzo a quelle tenebre sorge, come astro luminoso, l'Arduini a mostrare espressa la storia e la successiva formazione, non delle sole montagne ma di tutta la superficie terrestre, nella natura mineralogica e nell'ordine di sovrapposizione stratigrafica o di compenetrazione eruttiva delle rocce, nei mutamenti della collocazione e della composizione operatisi posteriormente all'origine delle rocce stesse, e principalmente nelle successive manifestazioni della vita, « tante essendo le etadi decorse durante l'innalzamento delle Alpi, quanto diverse sono le schiatte di corpi organici fossili che dentro agli strati vi annidano ».

E tutto questo senza lasciarsi mai trascinare oltre ai giusti confini dell'analogia e della induzione, riconoscendo che di questa terra, della quale intendiamo indagare la struttura e la storia, non possiamo direttamente assoggettare alle nostre osservazioni che piccola parte superficiale; delle condizioni, nelle quali si esercitano le universali leggi della fisica e della chimica nell'interno del pianeta, non possiamo esperimentalmente verificare che minima porzione; del tempo indefinito passato e dell'ignoto avvenire non abbiamo altra misura comparativa che il presente. I limiti imposti alla geologia, come scienza di osservazione, la racchiudono anche adesso, come ai tempi dell'Arduini, in campo ristretto, confrontato a quello vastissimo della induzione, ed è appunto nell'esercizio di essa che quel grande c'insegna ad evitare ogni deviazione dalla linea precisa del logico ragionamento. Egli trovava la concatenazione necessaria di tutti i fatti e di tutti gli esseri evidentemente dimostrata dalla osservazione, ma non per questo confondeva quei molteplici nessi nell'unico di causalità od in quello di genetica discendenza. Nulla si crea e nulla si distrugge in natura, la materia cambia incessantemente stato, costituzione, combinazioni e forme, ed i movimenti cosmici, fisici, chimici e vitali si trasmettono, si diffondono, si trasformano, senza che alcuno se ne perda mai, come, in altro ordine di cose, ogni buono o malo movimento della coscienza e del volere concorre a fissare il nostro destino nella eternità. Ogni avvenimento ed ogni esistenza, perciò appunto che formano parte della universale armonia, sono con l'universo indissolubilmente uniti, ma non per questo ogni anello della grande catena è cagione ed origine di quelli che susseguono, e nella successione di questi non risiede la causa della precedenza di quello.

Ciò che maggiormente impressiona un attento lettore delle memorie dell'Arduini e dei numerosi consulti scientifici, coi quali rispondeva ai quesiti agricoli, industriali e commerciali che gli proponeva il governo della Repubblica, è la semplicità, la naturalezza, la onestà della esposizione, nella quale non è possibile trovare sillaba che accenni a vanto per le cose scoperte, nè a promesse che non siano già implicitamente attenute.

Suolsi dire dei grandi ingegni ch'essi anticipano sulla propria epoca, e riguardo all'Arduini dir si potrebbe che di un intero secolo egli anticipasse sulla sua. Ma nelle scienze, come negli avvenimenti delle nazioni, la storia non si compone soltanto delle individualità emergenti. È nella folla stessa e nelle minori rinomanze che conviene cercare gli elementi, i quali contribuirono ad innalzare quelle grandi personalità, e gli effetti che il personale impulso valse a produrre sulle masse. Se l'Arduino procede così sicuro nell'osservazione, così cauto sul pendìo delle deduzioni, così parco nella sintesi, nella quale è pur sì potente, così assennato nell'uso delle ipotesi, così pratico nell'applicazione delle scoperte, è da attribuirsene merito e all'eminenza del suo ingegno ed al predominio di sani principii filosofici in allora vigente in questa parte d'Italia. Solo al finire del secolo XVIII sorsero i due grandi campioni delle opposte teorie geologiche, l'Hutton in Inghilterra, il Werner in Germania, e cominciò la lotta non sopìta ancora dei plutonisti e dei nettuniani. Ma in Italia, e particolarmente nel Veneto, può dirsi che fosse in gran parte risoluta ancor prima che nascesse.

Fino dal 1740 Lazzaro Moro pubblicava il suo famoso sistema dei sollevamenti vulcanici, e nove anni dopo il Generelli adoperò per riguardo ad esso come fece poi il Playfair rispetto all'Hutton, ed il Malacarne rispetto al Marzari Pencati, esponendone le idee con pieno criterio, con iscelti e ben adattati argomenti, con ordinato filo di discorso e con locuzione nitida e disinvolta. La teoria che De Buch, Humboldt e Beaumont recarono a così grande splendore, è quindi originariamente tutta veneta. Ma, più che dallo stesso suo autore, fu ai nostri dì esagerata e cogli stessi esempi. Da quello della pressochè istantanea formazione del cono eruttivo di Monte Nuovo presso Pozzuoli, deduceva Lazzaro Moro l'origine dei monti da lui detti primitivi, ed ai quali paragonava, in quanto alla causa sollevatrice, i secondari formati di frante ed inclinate stratificazioni: i recenti citarono lo stesso Monte Nuovo come tipo dei crateri di sollevamento. La nuova isola, della quale si arricchiva Santorino nel 1707, era il grande argomento del Moro, il quale paragonava a quella tutte le altre isole ed i continenti stessi, non già per la struttura, ma in quanto che emersi dalle acque per opera dei fuochi sotterranei. Quelle isole invece si riguardarono poi, e da taluno si riguardano tuttora, qual'esempio di quel modo di formazione che il Moro supponeva per altre e non per esse. Eppure il grandioso fatto si rinnovava poi frequentemente in lontani mari, trentacinque anni or sono fra Sciacca e Pantellaria ed

anche or ora nelle stesse Cicladi. Il fondo del mare è scosso, ed i suoi recessi, non raggiunti mai da violenza di burrasca nè da impeto di venti, si commuovono in onda, che si solleva fin dall'imo e, lontana lontana, dà di cozzo nel naviglio assopito nella calma, o desolatrice sommerge l'inconsapevole lido. Minacciose tinte colorano le acque lambite da fiamme sinistre, ribollenti d'insoliti vapori; nera rupe si affaccia, si distende, s'innalza; s'infuoca, splende e prorompe tremendo fragore; il rimbombo di mille scoppii, il sibilo della esplosione assordano ed ammutiscono ogni vivente, e dal nuovo cratere un nembo di materie infuocate sale quasi ad assalire il cielo, ma il titanico orgoglio si fiacca, e tutto ripiomba a seminare strage, morte e devastazione. Ed ecco Afroessa, la spumeggiante, aggiunta alle Caimeni, le bruciate sorelle, per l'accumulazione delle scorie e delle lave, come Lyell aveva mostrato dover essere avvenuto per Tera e per Aspronisi.

Ben lontano dalle fatali esagerazioni del Moro, il quale derivava esclusivamente dai vulcani l'origine di tutte le formazioni sedimentari, e la causa dei fenomeni stratigrafici sapientemente descritti e figurati dal Vallisnieri, l'Arduino dimostrava bensì originati da eruzioni sottomarine i tufi fossiliferi del Vicentino e del Veronese, e descriveva come antichi vulcani spenti e denudati gli Euganei; ma nell'indagare la origine e la storia cronologica delle montagne primitive, dei monti secondarii, delle colline terziarie e delle più recenti pianure, distingueva dai vulcanici i prodotti e gli effetti dinamici di più generali azioni sotterranee.

L'Arduini moriva nel 1794, lasciando in retaggio le sue dottrine allo Spallanzani, al Festari, al Fortis. L'immortale Reggiano, col suo smisurato talento, abbracciava tutta quanta la storia naturale, e, se fosse vissuto più a lungo, i sani principii geologici non sarebbero stati posti in dimenticanza, e non avrebbero forse preso piede in Italia nè le dottrine dei discepoli di Werner, nè quelle parimenti esagerate dei seguaci di Moro e di Hutton. Alle alte montagne che circondano il bacino di Recoaro, scuola, museo e tempio della geologia, va per sempre associato il nome del Festari, che primo ne proclamò e dimostrò la importanza, sviluppandone gl'intricati fenomeni, preludendo perfino, coi suoi marmi vulcanici, alla spiegazione delle madri macchie, ch'è una delle cento glorie del Savi e che un dotto Prussiano esponeva non ha guari come nuova. Quell'uomo di sommo spirito e di vasta erudizione, che fu il Fortis, non volle o non seppe completamente intendere le dottrine del maestro. Ma la raccolta delle molte sue Memorie riordinate ed arricchite, pubblicata a Parigi, lo rese noto e famoso anche fuori d'Italia. Ed invero non lasciò alcuna delle provincie venete che accuratamente non descrivesse, nè parte della paleontologia veneta e dalmata che non trattasse, nè problema della fossilizzazione che non isvolgesse. Ma non è di questi particolari che qui dobbiamo parlare; è sotto ad aspetto più generale che giova insistere un istante sul nome di Fortis e sul suo tempo, la transizione cioè dal secolo passato al presente. Paleontologo eminente, quindi naturalista abituato da

lungo e fruttuoso esercizio allo studio comparativo degli esseri viventi e dei petrefatti, pure il Fortis non volle piegarsi al sistema della nomenclatura Linneana: quella sintesi gli sembrava una schiavitù. Riguardo agli Ittioliti di Bolca, che costituiscono una delle più stupende e note specialità della paleontologia veneta, ebbe a sostenere una lunga discussione col Testa, il quale negava che a specie esotiche potessero ascriversi alcuni di que' pesci; ed in essa controversia « gli avversarii non si dimenticarono di contenersi in quei limiti della moderazione, che fanno riuscire la discussione mezzo a cogliere nel vero e sugello che sganna l'errore ». Anche nella controversia insorta fra il Padre Terzi ed il Dondi Orologio, intorno alle cave dei marmi negli Euganei, il Fortis intervenne con tre « saporitissime » lettere, colle quali la scienza per nulla si avvantaggiava, ma neppur si avviliva, come, pur troppo, avvenne più tardi, allorchè rinasceva, e non già dall'ardore del sistema scolastico, ma dall'impazienza della fama altrui, il mal vezzo delle polemiche. Fu nella compagnia del Desmarest che il Fortis esaminò e studiò gran parte del Vicentino e particolarmente quella stessa Val di Roncà, nella quale più recentemente il modesto Trettenero guidava il Brongniart a quei fecondi paragoni che svincolarono la paleontologia dai legami delle forme litologiche. Così il Marzari Pencati, al suo ritorno dalla Francia, ove era andato botanico e di dove ritornava geologo, cominciò in compagnia di Faujas-Saint-Fond a percorrere le montagne del Vicentino e del prossimo Tirolo. Ed il Maraschini studiava quei luoghi stessi insieme a Bertrand-Geslin. L'affratellanza abituale dei naturalisti Veneti cogli stranieri è prova di quelle medesime doti: la sociabilità ingenita, la franca libertà dei costumi, la facilità e l'abitudine dei viaggi, il sentimento della propria dignità ed indipendenza, che si appalesano pure nella forma epistolare di molte importanti pubblicazioni, nella piena conoscenza dei lavori anteriori e contemporanei degli stranieri, nei numerosi e ricchi giornali scientifici, nelle traduzioni italiane delle opere forestiere e nelle edizioni venete dei libri più celebrati anche delle altre nazioni, nella stessa lingua originale, quale l'Enciclopedia francese riprodotta splendidamente dai tipi di quel Seminario che dette agli studii della latinità un Forcellini, un Facciolatti, un Furlanetto.

Nel tentativo di collegare le fasi ed i progressi della scienza colle circostanze in mezzo alle quali si svolse e progredì, non è sempre sufficiente la coincidenza delle date. Vie maggiormente interessa distinguere l'epoca nella quale i grandi uomini si formarono o fiorirono, da quella nella quale maturarono le frutta dell'ingegno e dello studio, allorchè grandi mutamenti si sono rapidamente compiti, come nei tempi che precedettero gli ultimi cinquant'anni. Il regno d'Italia, succeduto allora a così fiere conturbazioni sociali, colle sue poche ma pur feconde libertà, collo splendore delle vittorie, col gigantesco motore che traeva dalle tenebre tanti uomini illustri in ogni ramo dell'umano sapere, lasciò nella Venezia luminosa eredità anche di geologi educati o maturati nel breve suo volgere:

Marzari-Pencati, Maraschini, Pasini, Corniani, Parolini, Da Rio, Brocchi e Catullo. Se il Conte Marzari avesse pubblicato fino dal 1808 i suoi lavori sugli Euganei e sul Tirolo, se, meno modesto o più ardito innovatore, avesse quindici anni prima proclamato le sue scoperte sull'Avisio, sarebbe alla scuola Veneta attribuito il vanto che generalmente si accorda alla Inglese di avere aperto il campo alla geologia positiva. D'ogni dove, come a salutare pellegrinaggio, accorsero i geologi a visitare nella valle di Fiemme il paesello di Predazzo, ove il Marzari aveva annunciato il granito sovrapposto alla calcarea secondaria, adagiato nelle valli scavate in essa ed alteratala col suo contatto. Humboldt, che, nel suo classico confronto geognostico dei due emisferi, riferiva quelle osservazioni così inaspettate, soggiungeva, quasi a sua giustificazione, che la incredulità sdegnosa è altrettanto funesta alle scienze, che la troppo grande facilità ad accettar fatti incompletamente osservati. Ma udito Marzari, veduto Predazzo ed accertati decisi fatti analoghi fin là presso alla Mongolia chinese, confermava, nella famosa lettera ad Arago, la grande scoperta che atterrava la idolatrata antichità del granito. Quella sfinge non ha ancora svelato tutti i suoi arcani: simbolo della eternità nei superbi monumenti dell'uomo, i secoli lo risolvono in argilla; imbasamento ed asse a tutta l'architettura delle montagne e perciò creduto e proclamato primevo, penetra e muta formazioni d'ogni età, certamente allora esistenti; injettato, alla guisa delle lave, in dighe ed in filoni, pur dall'acqua e non dal fuoco ripete i suoi minerali elementi.

Il quadro geologico del Tirolo meridionale, che, in seguito a quelle scoperte, dette il De Buch, non espose, nè completamente nè abbastanza chiaramente, il complesso dei fenomeni per i quali il Marzari dimostrava, anche geologicamente, quella provincia inseparabile dalla Venezia.

I pochi, oscuri, incompleti scritti del Marzari, le conversazioni, la verbale manifestazione dei suoi pensieri reconditi e gli slanci potenti di quel genio originale, che frequentemente squarciavano il velo della sua difficoltosa parola e l'amarezza delle sue recriminazioni, finirono per trionfare degli avversarii; ed avversarii gli erano pressochè tutti in allora, chè, oltre al grande triumvirato di Cordier, De Buch e Bouè, al quale credeva, ed a torto, servilmente soggetto l'abate Maraschini, annoverava quali oppositori persino il Brocchi ed il Breislak. Fra quell'aquila del Marzari ed il diligente ed ordinato Maraschini, ci si presenta collaboratore, interprete e critico imparziale, potente d'ingegno quanto il primo, metodico come il secondo, ad ambedue superiore nella vasta dottrina il Pasini, solo fra i superstiti di quella luminosa età che, tenuta sempre accesa la sacra fiaccola, sembrò predestinato a far rivivere le glorie del passato nelle speranze dell'avvenire.

Ad intendere quanto di pertinacia ed intimo convincimento si esigesse in allora per richiamare in onore le sane dottrine dell'Arduini, delle quali il Marzari

dichiaravasi restauratore, quanto fosse predominante in tutte le menti il nettunismo, giova, fra molti, invocare l'esempio di Matteo Tondi e del Conte Nicolò Da Rio: nato ed educato il primo alle falde del Vesuvio e che, dalla cattedra che copriva in Parigi, fu uno dei più appassionati propugnatori di Werner; dotto, diligentissimo e coscienzioso mineralogista il secondo, che negli Euganei vide cogli occhi, toccò con mano e fedelmente descrisse la verità, ma preferì negarla anzichè rinunciare alle teorie nettuniane.

Mattioli, Francesco Calceolari ed il Faloppio nel XVI secolo; l'altro Calceolari, il Sala ed il Moscardi nel XVII; Zannichelli, Vallisnieri, Spada, Donati, Ginnani, Gio. Arduini, Fortis, Testa, Zannoni, Sarpe, Odoardi, Gualandris, Gazzola e Serafino Volta nel XVIII contribuirono in parte notevole cogli altri Italiani a far che lo studio dei petrefatti, già tanto progredito nella Svizzera, in Germania ed in Inghilterra, conseguisse quell'alto grado d'importanza, al quale Defrance, Lamarck, Brouguiéres, Cuvier e Brongniart han fatto poi salire la Paleontologia. Ed a portare degnamente il vessillo della nuova scienza sorsero allora fra noi il Brocchi ed il Catullo.

Se Vallisnieri, Arduini, Spallanzani, Breislak e Fortis illustrarono, oltrechè le Venete provincie, anche altre parti d'Italia, nessuno di que' sommi fu così benemerito della geologia e particolarmente della paleontologia dell'intera penisola come il Brocchi, al quale la scienza della storia terrestre deve la cognizione d'un periodo che, ovunque abbia lasciato testimonianza della sua durata, porta il nome di subappennino. Descrivere e paragonare è tutta l'opera del naturalista, ma Cuvier e Brocchi descrissero e paragonarono, quello le ossa, questi le conchiglie, come altri non avevano ancor fatto, come pochi fecero da poi. Per qual via giungesse il Brocchi ad essere così grande paleontologo lo dicono i suoi studii, le sue opere, gli uffizii coperti, lo dice in poche parole il suo biografo: « ov'è che parli d'archeologia, di storia, che antiquario e storico non si dimostri? Così fecesi credere buon fisico ove gli cadde discorso di fisica, chimico ove di chimica; nè della meccanica, nè d'altra qualsiasi disciplina prese a trattare che non mostrasse aver quella, al pari d'ogni altra, professato ». Cesarotti, Stratico, Carburi, Toaldo, Mabil gli furono maestri ed amici; amici ed allievi, Parolini, Pasini, Catullo testimoniano che alla vastità della dottrina ed alla elevatezza della mente erano pari in lui la semplicità dei costumi, l'affabile dignità dei modi e la bontà dell'animo. Tutte le doti di quel raro ingegno, più che altrove, spiccatamente si appalesano nel giornale del suo viaggio in Egitto, stampato molto dopo la immatura sua morte nel Sennaar, che ci consente associare il suo nome a quello di Prospero Alpino, e vantare così, fra le glorie del paese di Marco Polo, quella pure, tanto rara anche oggidì, di sapiente viaggiatore.

Se qui potessi narrare la storia, o tratteggiare almeno il quadro, non della sola geologia ma delle scienze tutte naturali, e mostrare il molto che in esse e

per esse operarono i Veneti, quante lodi dovrei celebrare, di quante scoperte intessere gloriosa corona e qual' ampia messe raccogliere di argomenti a provare che tutte di pari passo ed assorellate progredirono, perchè inspirate dallo stesso amore, alimentate dalle stesse consuetudini, premiate degli stessi onori! Il Brocchi, il Marzari-Pencati e la maggior parte dei veneti cultori della Geologia lo furono in precedenza della Botanica. Oh! culto soave e benefico di Flora: svegli ed ammaestri i sensi, educhi l'animo a contemplare commosso le meraviglie della creazione, porgi a labbra desiose la coppa del sapere, infiorando perfino l'aridezza dei nomi, abitui il giovanetto studioso alla esattezza costantemente serbata del linguaggio, dalla conoscenza dei più vaghi prodotti della natura avvii a quella dei più sublimi e dei più arcani, per il cammin dei fiori guidi ai più alti concetti della naturale filosofia.

Mentre il Brocchi immortalava il suo nome collo studio della fauna terziaria più recente e delle sue correlazioni colla attuale, il Catullo si applicava strenuamente a quello ben più arduo dei fossili anteriori all'epoca terziaria. Nè qui occorre parlare dei molti argomenti dottamente svolti, nè delle cattedre luminosamente coperte, nè dei tesori paleontologici raccolti, nè delle numerose opere publicate, nè del bello stile per il quale questo Nestore della scienza potè col Botta e col Cesari contendere al Micali il quinquennale premio dell'Accademia della Crusca. Ma la gratitudine del discepolo imperiosa prorompe dal labbro, nè può condannarsi al silenzio la rispettosa ammirazione per la mente vigorosa che, rimasta integra nel corpo infranto del venerando veglio, serba ed associa la dottrina di due secoli e schiude spontanea e con lieta affabilità la inesauribile fiumana della sconfinata erudizione pazientemente raccolta in una vita lunghissima.

Succedono le prevalenze straniere: De Buch, Brongniart, Boué, Murchison, Fuchs, Klipstein, Agassiz, Heckel, Ewald, Lipold, Hauer, Richthofen, Stur, Foetterle, Schauroth, Rath, Szabò, Benecke studiano e descrivono le provincie venete, i fenomeni geologici che vi si ammirano, ed i fossili che vi si rinvengono. E nel difficile e sproporzionato agone a pochi geologi fu dato mantenere in onore nella Venezia il nome italiano: Massalongo, Rossi, Lioy, Beggiato, Pirona, Manganotti, De Visiani, Molon, e, primo fra tutti, il De Zigno, che nutrito alle due fonti, l'antica dottrina veneta ed i nuovi maravigliosi progressi di oltr'alpe e di oltremare, svolgendo di per se stesso il gran libro della natura, potè imporre alle formazioni più o meno districate dai nostri le distinzioni altrove rilevate e stabilite, e leggere nella vegetazione di un tempo, che vide sommersa la maggior parte degli attuali continenti, una delle più arcane pagine della storia terrestre.

L' epoca nuova, l'epoca tanto sospirata, s' inaugura ora finalmente per l' Italia tutta: a Voi Giovani eletti! la bella sorte di farla valere. L' esempio delle antiche glorie vi è proferto, non a titolo di vanitosa ostentazione, ma perchè vi sia di ammaestramento e di sprone a conseguirne Voi stessi di eguali e maggiori. Il

retaggio di un nome onorato impone il dovere di mantenerlo in onore: ma spesso il nipote degenere s' inorgoglisce di rinomanza non sua, e poltreggia nell' illusione di meritar lodi e premii perciò solo che gli avi suoi furono virtuosi e valenti. E come siam pronti e larghi di biasimo e di censura a quella colpa! Ma in essa ricadiamo intanto senza accorgerci continuamente, e con quei lacci d' insano orgoglio, con quelle bende d' accecata illusione, precludiamo a noi stessi la vittoria nell' arringo delle scienze, non cessando dal vantare le glorie antiche e la priorità delle italiane scoperte. Sì! Italia fu maestra d' ogni sapere, Italia precorse alle altre nazioni nello studio, nella conoscenza e nel culto del vero, del buono e del bello, Italia fu grande quando ancor bambine erano le altre civiltà europee, Italia ebbe figli che resero glorioso il nome d' italiano anche quando si osò dirla la terra dei morti, e l' artifizio dei trattati, fremente di non poterla cancellare dalla carta del mondo, tutto almeno tentò per escluderla dalla confraternità dei popoli. Ma ove sarebbe la gloria nostra se a splendere dovesse sempre invocare il confronto delle civiltà nascenti o gl' individuali esempi? La eredità del sapere non è mercimonio esclusivo di alcuno: i nuovi convitati alla mensa dell' intelletto n' ebbero salutare nutrimento, e se or ci precedono, no! non è gloria nostra e neppur vergogna, ma sì! esempio, incitamento ed impegno di nobile emulazione, che oso sperare possibile e vicina.

Fra gli ostacoli che si frappongono al glorioso cammino, l' esempio dei nostri maggiori c' insegna a rimuovere il principalissimo, la insufficienza della istruzione. Ogni scienza della natura porge sussidio alle sorelle, ognuna di tutte si vantaggia: quindi l' associazione e la ordinata successione degli studii sono imprescindibili necessità per esse. La prontezza e l'acume dell' ingegno possono sormontare grandi difficoltà e correggere persino gli errori dell' educazione; ma queste facoltà straordinarie sono concesse a pochi, nè alcuno che le abbia ne menerà mai vanto, e, nel caso supposto, dovrà anzi riconoscere che grande ventura sarebbe stata la sua di poterle impiegare a procedere invece che a dicespicarsi la via. È opinione generalmente dominante ed altamente proclamata, che la sterminata vastità delle scienze e la moltiplicità dei rami nei quali si dividono, esigano la esclusiva applicazione a taluno soltanto di essi. Ma quella suddivisione così accennata esprime di per se stessa che tutti quei rami provengono dal medesimo tronco, e ciascuno può esser ferace di frutta, ma pur che si mantenga vitalmente connesso all' albero intero. Credere distinte e diritte le vie a ciascuno studio speciale è errore gravissimo e viemaggiormente fatale in quanto che rimane sconosciuto a chi vi cade, perchè niuno ha vaghezza di ciò che ignora, perchè al cieco è ignota l' armonia dei colori.

Manca il tempo, manca il potere della mente, mi si opporrà, a così vasto lavoro. E certamente mancheranno a chi voglia in età già matura intraprendere l'ardua fatica. Ma appunto perciò a Voi, Giovani Italiani! io mi rivolgo suppli-

candovi ad impiegare in quegli studii, in quella preparazione scientifica, in quell'acquisto sollecito ed imperituro delle positive cognizioni un tempo prezioso che una volta perduto non si ricupera più mai, a rimuovere così, fin dal principio, il primo e più insormontabile ostacolo alla carriera gloriosa che vi attende, a verificare la mia speranza nell' avvenire scientifico della patria nostra.

Di altri ostacoli non è più luogo a parlare. Troppo ormai si è parlato della fatale e diuturna divisione del nostro paese, dei dominii stranieri, del tirannico inceppamento del genio, della diffusione del sapere sistematicamente avversata, dei pregiudizii accarezzati ed inculcati nelle masse, dell' oscurantismo e dell' ignoranza eretti a strumenti di potere. Tutto ciò è provvidenzialmente svanito: quegli ostacoli, in quanto realmente esistenti, e quei pretesti all' ignavia più non esistono. Nessuna scusa di tal genere è più consentita.

I ceppi, che rallentano il nostro progresso, possiamo scioglierli e toglierceli d' intorno noi stessi. Scuotiamo per primo quello che più profondamente ci solca le carni, quello che, per così dire, non le sole membra ma ci vincola perfino le viscere, ci viene trasmesso in fatale eredità dai parenti ed è carattere ingenito della nostra razza, quello ch' è tessuto di tutte le dolcezze del nostro clima, di tutte le bellezze del nostro paese, di tutte le ricchezze del nostro suolo: scuotiamo, io dicevo, l'amore dell' ozio. È splendida sull' Italia l' azzurra volta del cielo, i liberi raggi del sole fecondano senz' ardere la nostra terra, una luce purissima c' inonda, le tinte di un prisma maraviglioso colorano il manto variopinto della natura, l' aria è impregnata di voluttuosi aromi, il firmamento moltiplica le sue glorie per noi, che, penetrando collo sguardo nelle limpide profondità dello spazio, miriamo fra mezzo ed al di là degli astri maggiori altre costellazioni e cumuli infiniti di stelle distintamente brillanti o per la copia e la distanza fuse in fiammella che trasfonde nell'animo la sua dolcezza. Talassia accarezza le nostre sponde; schiude al nostro sguardo attraverso l' onda tutta zaffiro, smeraldo e rubino, le mille vezzose forme viventi, accolte come in sott'acquei giardini od in parchi eletti; si stende oltre al confine dell' occhio a consentire pieno nella sua magnificenza lo spettacolo dell' aurora e del tramonto, ma senza opprimer l' animo colla solenne tristezza dell'ignoto al di là di un Oceano sconfinato; solleva talvolta i suoi brevi flutti in tremende procelle, ma quasi soltanto a far più caramente sentire la abituale dolcezza delle molli ondulazioni, come di cuna ondeggiata da mano materna. Se all'abitante delle spiagge oceaniche lo spettacolo incessante della lotta tremenda degli scatenati elementi tempera la fibra al forte sentire ed al gagliardo operare, Adria, Jonio e Tirreno molciscono l' animo con soavi impressioni, rapiscono la mente in estasi deliziose, inspirano al poeta carmi armoniosi, ma trattengono dall' operare, perchè il tempo par breve a tutte godere le delizie prodigate da natura. Perchè inspirato dal Cielo, dall' aria, dal mare e dalla terra questo amore orientale del dolce far niente dobbiamo scuoterlo da

noi con tanto maggiore e più ferma risolutezza in quanto che ne conosciamo la fonte e ne possiamo apprezzare gli effetti, solo che spassionatamente ci paragoniamo agli altri. Lungi da noi il pensiero di accusare come ingiusta e dannosa quella prodigalità di natura, lungi da noi l'idea di protestare ingratamente contro a quei doni, che, a fecondare i severi studii, non d'altro han d'uopo che del fermo volere! Pur che lo vogliamo, la fiamma del sentimento, anzichè arderci invano, si rifletterà vivificatrice sulle opere dell'intelletto.

Scopo agli studii che qui contempliamo è la terra come parte dell'universo, la terra nel suo passato e nel suo avvenire, la terra come abitazione dell'uomo. Atomo del creato, la piccola sfera perduta nell'abisso del Cielo, è fatta centro del mondo, non più da vanitosa ignoranza, ma da scienza vera e dalla sublime aspirazione dell'anima umana. Anello della grande catena degli esseri viventi, di terra formato e nato dalla terra, l'uomo è ad essa collegato dai vincoli del corpo e dei sensi, ma, perchè accoppia alla terrestre la natura divina, può coll'intelligenza partecipare all'opera creatrice, e coll'amore sublimarsi infino a Dio.

E di essa terra a Voi, Giovani Italiani! incombe principalmente e direttamente studiare questa bella parte che la natura vi ha data in retaggio, che la Provvidenza oggidì consente esser vostra, che di questa, come di ogni altra scienza, fu un tempo maestra al mondo, ma, come fu poi da straniere genti e da stranieri dominii signoreggiata, così fu prevalentemente da dotti stranieri ed in estranie lingue studiata, descritta e resa famosa.

Imprimasi nell'animo vostro che gli stessi errori e le stesse colpe che attirarono su di essa la secolare schiavitù, ed anche quelle infelici prove del più eroico valore che oggidì conturbano la nostra esultanza; furono pure cagione che ad altri anzichè ad Italiani, e non rapiti, chè sarebbe ingiusto l'accagionarneli, spettassero finora per la maggior parte quei serti di scientifica gloria che quì, più che altrove, infallantemente coronano lo studio ed il lavoro.

BIBLIOGRAFIA
DELLA STORIA DELLA GEOLOGIA
NELLA VENEZIA

G. B. Brocchi. Discorso sui progressi della Geologia. Introduzione alla Conchiologia fossile subappennina. Milano 1814.

Ch. Lyell. *History of Geology. Principles of Geology*. London 1830.

L. Pasini. Notizie sulla vita e sugli studii del C. Giuseppe Marzari-Pencati. (Bibl. Ital. LXXXIII 1836).

A. de Zigno. Introduzione allo studio della Geologia. Padova 1843.

L. Pilla. Cenno storico sui progressi della Orittognosia e della Geognosia in Italia. (Il Progresso delle Scienze, delle Lettere e delle Arti II. 3; III. 6; V. 9).

V. d'Archiac. *Histoire des progrès de la Géologie de 1834 à 1845*. Paris 1847 et suivants.

G. B. Ronconi. Prospetto degli scritti pubblicati da T. A. Catullo. Padova 1857 (Nel quale sono anche riprodotte le biografie di molti illustri Naturalisti Veneti).

E. Cornalia. Sulla vita e sulle opere di A. Massalongo (Atti della Soc. Ital. di Scienze Naturali II. 1860).

A. Stoppani. Della priorità e preminenza degli Italiani negli studi geologici. Milano 1862.

A. Senoner. Bibliografia mineralogica, geologica e paleontologica, che accompagna la Enumerazione sistematica dei Minerali delle provincie Venete (Atti dell'I. R. Instituto di Sc., Lett. ed Arti in Venezia Ser. 3.ª VIII. 1863).

G. Omboni. Delle principali opere finora pubblicate sulla Geologia del Veneto (Atti della Soc. Ital. di Sc. Naturali V. 1863).

V. d'Archiac. *Introduction à l'étude de la Paleontologie stratigraphique*. Paris 1864.

SULLE

SERIE A TERMINI POSITIVI

MEMORIA

DI ULISSE DINI

SUPPLENTE ALLA CATTEDRA DI ALGEBRA COMPLEMENTARE

NELLA R. UNIVERSITÀ DI PISA

Le serie a termini positivi sono quelle di cui a preferenza si sono occupati i Geometri, e su esse si sono trovati molti importanti teoremi, fra i quali meritano di esser citati quelli che il sig. Kummer ha pubblicato in una memoria inserita nel *Vol. 13 del Giornale di Crelle*, e che servono in molti casi per giudicare della convergenza o divergenza delle medesime serie. Modificando un poco questi teoremi io ho trovato che da essi si deducono colla massima facilità una gran parte dei teoremi particolari che si hanno sulle medesime serie, e se ne deducono pure alcun altri, e per questo ho creduto bene di pubblicare qui questa Nota.

1. Sia Σu_n una serie a termini positivi

$$u_1+u_2+u_3+\ldots+u_n+\ldots$$

e sia k_n una funzione positiva di n che a partire da un certo valore di n, col crescere di n decresce continuamente ed ha per limite zero: s' indichi con a una costante arbitraria positiva, e si formi la funzione

$$F(n)=\frac{k_n}{a}-\frac{k_{n+1}}{a}-u_{n+1} .$$

Cangiando in questa n in $n+1$, $n+2$, ... $n+s$, e sommando si otterrà

$$F(n)+F(n+1)+\ldots+F(n+s)=\frac{k_n}{a}-\frac{k_{n+s+1}}{a}-(u_{n+1}+u_{n+2}+\ldots+u_{n+s+1})\ ;$$

e passando al limite, per s ed n infiniti, e indicando ora e in seguito con R_n il resto $u_{n+1}+u_{n+2}+\ldots$ della serie Σu_n, si troverà

$$\lim\{F(n)+F(n+1)+\ldots\}=-\lim R_n\ ;$$

e quindi, quando $F(n)$ sia sempre positiva, siccome R_n è pure positiva, si avrà necessariamente

$$\lim\{F(n)+F(n+1)+\ldots\}=0\ ,\quad \lim R_n=0\ ,$$

e la serie Σu_n sarà convergente.

Ora, evidentemente $F(n)$, col crescere di n, si manterrà sempre positiva quando a partire da un certo valore di n sino all'infinito si avrà

$$\frac{k_n-k_{n+1}}{u_{n+1}}>a\ ,$$

ovvero

$$\frac{k_n-k_{n+1}}{u_{n+1}}>0\ ,$$

poichè a è arbitraria; dunque se ne può intanto concludere che *la serie* Σu_n *sarà convergente tutte le volte che l'espressione*

$$\frac{k_n-k_{n+1}}{u_{n+1}}\ ,$$

per $n=\infty$, *avrà un limite differente da zero.*

Se questa espressione tenderà verso lo zero, la serie Σu_n potrà essere divergente, anzi la divergenza non potrà avvenire che in questo caso, poichè k_n è per ipotesi decrescente, e quindi l'espressione $\frac{k_n-k_{n+1}}{u_{n+1}}$ non può mai essere negativa. Per avere un criterio anche in questo caso si ponga

$$h_n=\frac{k_n-k_{n+1}}{u_{n+1}}\ ,$$

h_n tenderà a zero, mantenendosi sempre positiva. Si moltiplichi ora tutto per u_{n+1} e si cangi n in $n+1$, $n+2\ldots$ e si sommi; si troverà

$$h_n u_{n+1} + h_{n+1} u_{n+2} + \ldots = k_n \quad ,$$

ovvero

$$\frac{k_n}{h_n} = u_{n+1} + \frac{h_{n+1}}{h_n} u_{n+2} + \frac{h_{n+2}}{h_n} u_{n+3} + \ldots$$

Ora, siccome h_n tende a zero col crescere di n, così i rapporti $\frac{h_{n+1}}{h_n}$, $\frac{h_{n+2}}{h_n}$, ... in generale saranno finiti e inoltre saranno minori dell'unità; e quindi indicando con α una quantità finita maggiore di tutti questi rapporti, si avrà

$$\frac{k_n}{h_n} < \alpha R_n \quad ,$$

e se ne concluderà che *la serie* Σu_n *sarà divergente se* lim $\frac{k_n}{h_n}$ *è differente da zero.*

Per questo e per ciò che precede noi possiamo dunque ora enunciare il seguente teorema.

Essendo k_n una funzione di n che col crescere di n decresce continuamente ed ha per limite zero, la serie a termini positivi Σu_n sarà convergente se l'espressione

$$h_n = \frac{k_n - k_{n+1}}{u_{n+1}} \quad ,$$

per $n=\infty$, *ha un limite differente da zero; e sarà divergente, se l'espressione*

$$m_n = \frac{k_n}{h_n}$$

ha un limite differente da zero (*).

2. Questo criterio lascia il dubbio quando h_n ed m_n tendono entrambe a zero. È facile però di vedere che per ogni serie Σu_n esistono infinite funzioni k_n tali che il criterio riesce decisivo.

Supponiamo infatti dapprima che Σu_n sia convergente; si avrà subito una funzione conveniente k_n prendendo $k_n = R_n$, giacchè, così facendo, si ottiene

$$\lim h_n = 1 \quad , \quad \lim m_n = 0 \quad .$$

(*) V. nota in fine.

Se poi Σu_n è divergente, si avrà una funzione conveniente k_n, prendendo

$$k_n = \frac{1}{S_n} \; ,$$

ove

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n \; ,$$

giacchè si troverà allora

$$h_n = \frac{1}{S_n S_{n+1}} \; , \quad \lim h_n = 0 \; ,$$

$$m_n = \frac{k_n}{h_n} = S_{n+1} \; , \quad \lim m_n = \infty \; .$$

Di qui risulta intanto che per ogni serie Σu_n esiste una funzione k_n per la quale il criterio riesce decisivo. È facile ora di vedere che di tali funzioni ne esiste sempre un numero infinito.

Infatti se k_n è una tale funzione, indicando con p_n un' altra funzione tale che $\lim k_n p_n = 0$, e prendendo $k_n p_n$ in luogo della k_n, si troverà

$$h'_n = \frac{p_n k_n - p_{n+1} k_{n+1}}{u_{n+1}} = p_n \frac{k_n - \frac{p_{n+1}}{p_n} k_{n+1}}{u_{n+1}} \; ,$$

$$m'_n = \frac{u_{n+1} k_n}{k_n - \frac{p_{n+1}}{p_n} k_{n+1}} \; ;$$

e se Σu_n è convergente e si ha $\lim h_n > 0$, basterà prendere p_n decrescente ma che non tenda a zero perchè si abbia ancora $\lim h'_n > 0$; e se Σu_n è divergente. e si ha $\lim m_n > 0$, basterà prendere p_n crescente perchè si abbia ancora $\lim m'_n > 0$.

Queste proprietà erano state notate anche dal sig. Kummer. Egli soltanto. invece di introdurre la funzione k_n che tenda a zero, introduceva una funzione $\varphi(n)$ tale che $\lim \varphi(n) u_n = 0$, e quindi i suoi teoremi risultano da questi, facendovi

$$k_n = \varphi(n) u_n \; .$$

Per ora giova più lasciarli sotto la forma che loro abbiamo dato.

3. Andiamo adesso a vedere come il teorema del numero 1 conduca subito ad altri sulle serie.

Incominciamo intanto dal mostrare con esso il teorema noto che: *la serie* $\Sigma(-1)^n u_n$ *i cui termini sono alternativamente positivi e negativi, e sono continuamente e indefinitamente decrescenti è sempre convergente.*

Osserviamo perciò che questa serie può scriversi $\Sigma(u_{2n}-u_{2n+1})$, e così ha i termini positivi. Se ora si prende $k_n = u_{2n}$, si trova subito

$$h_n = \frac{u_{2n}-u_{2n+2}}{u_{2n}-u_{2n+1}} = 1 + \frac{u_{2n+1}-u_{2n+2}}{u_{2n}-u_{2n+1}} > 0 \quad ,$$

e quindi la serie è convergente.

4. Dimostriamo adesso il teorema seguente:

Se u_1, $u_2 \ldots u_n \ldots$ *sono quantità positive che decrescono continuamente e indefinitamente la serie*

$$(1) \qquad \sum \frac{u_n-u_{n+1}}{u_n} = \frac{u_1-u_2}{u_1} + \frac{u_2-u_3}{u_2} + \ldots + \frac{u_n-u_{n+1}}{u_n} + \ldots$$

è sempre divergente.

Si prenda infatti $k_n = u_{n+1}$; si troverà

$$h_n = u_{n+1} \quad , \quad m_n = 1 \quad ,$$

e quindi la serie sarà divergente.

Es. Si prenda $u_n = \frac{1}{n}$ la serie (1) diviene la $\Sigma \frac{1}{n}$; e questa è divergente.

Si prenda ancora $u_n = \text{sen}\,\frac{x}{n}$; la (1) diverrà

$$2\sum \frac{\cos\left\{\frac{x}{2}\,\frac{2n+1}{n(n+1)}\right\}\text{sen}\,\frac{2}{2n(n+1)}}{\text{sen}\,\frac{x}{n}} \quad ,$$

e se ne concluderà che questa serie è divergente.

5. *Se la serie* Σu_n *è convergente, la serie* $\Sigma v_n = \Sigma \frac{u_n}{R_n}$ *sarà divergente.*

Si prenda infatti $k_n = R_n$, ciò che può farsi poichè Σu_n è convergente; si avrà

$$h_n = \frac{k_n - k_{n+1}}{v_{n+1}} = R_{n+1}$$

$$m_n = \frac{R_n}{R_{n+1}} = 1 + \frac{u_{n+1}}{R_{n+1}}$$

e quindi $\Sigma \frac{u_n}{R_n}$ sarà divergente.

6. Servendosi del teorema del numero 1 è facile anche di dimostrare il seguente: *Se Σu_n è una serie divergente i cui termini non crescono indefinitamente, la serie $\Sigma \frac{u_n}{S_n^{\mu}}$ sarà convergente se $\mu > 1$ e divergente se $\mu \leq 1$.*

Prendiamo infatti $k_n = \frac{1}{S_n^{\mu'}}$ ove μ' è una quantità positiva e

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n \quad ;$$

per la serie $\Sigma \frac{u_n}{S_n^{\mu}}$ si avrà

$$h_n = \frac{(S_{n+1}^{\mu'} - S_n^{\mu'}) S_{n+1}^{\mu}}{S_n^{\mu'} S_{n+1}^{\mu'} u_{n+1}}$$

ovvero

$$h_n = \frac{\left(1 + \frac{u_{n+1}}{S_n}\right)^{\mu'} - 1}{\frac{u_{n+1}}{S_n}} \, \frac{S_{n+1}^{\mu-\mu'}}{S_n} = \frac{\left(1 + \frac{u_{n+1}}{S_n}\right)^{\mu'} - 1}{\frac{u_{n+1}}{S_n}} \left(1 + \frac{u_{n+1}}{S_n}\right) S_{n+1}^{\mu-\mu'-1} .$$

Ma $\lim \frac{u_{n+1}}{S_n} = 0$; quindi, per una formola nota, si avrà qualunque sia μ'

$$\lim \frac{\left(1 + \frac{u_{n+1}}{S_n}\right)^{\mu'} - 1}{\frac{u_{n+1}}{S_n}} = \mu' \quad ;$$

e per questa si otterrà

$$\lim h_n = \mu' \lim S_{n+1}^{\mu-\mu'-1} .$$

Ora se μ è maggiore di uno, si potrà prendere $\mu' \leq \mu - 1$, e si avrà allora $\lim h_n > 0$; e quindi la serie $\Sigma \frac{u_n}{S_n^\mu}$ sarà convergente.

Se poi si ha $\mu = 1$, allora, prendendo $\mu' = 1$, si troverà

$$h_n = \frac{1}{S_n} \quad , \quad m_n = 1 \quad ,$$

e quindi $\Sigma \frac{u_n}{S_n}$, e a fortiori $\Sigma \frac{u_n}{S_n^\mu}$ per $\mu < 1$, sarà divergente.

Il teorema dunque è dimostrato.

7. Per il teorema precedente, se si pone

$$S'_n = \frac{u_1}{S_1} + \frac{u_2}{S_2} + \ldots + \frac{u_n}{S_n} \quad ,$$

$$S''_n = \frac{u_1}{S_1 S'_1} + \frac{u_2}{S_2 S'_2} + \ldots + \frac{u_n}{S_n S'_n} \quad ,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

si può dire evidentemente che: *Se Σu_n è una serie divergente, le serie*

$$\Sigma \frac{u_n}{S_n^{1+\mu}} \,,\quad \Sigma \frac{u_n}{S_n (S'_n)^{1+\mu}} \,,\quad \Sigma \frac{u_n}{S_n S'_n (S''_n)^{1+\mu}} \,,\ldots\ldots\quad \Sigma \frac{u_n}{S_n S'_n S''_n \ldots S_n^{p-1} (S_n^p)^{1+\mu}} \,,\ldots$$

sono convergenti se μ è positivo, e divergenti se μ è negativo o nullo; e da questo risulta che il prodotto $S'_n S''_n \ldots, S^p_n$, quantunque composto di fattori che crescono indefinitamente con n, pure, rispetto ad S_n o ad n, non diviene infinito che di un ordine minore di qualunque quantità finita, per quanto grande sia il numero finito p dei suoi fattori.

8. Indichiamo con la caratteristica Log i logaritmi in un sistema la cui base a è maggiore dell'unità, e con $\text{Log}^r \alpha$ l'espressione

$$\text{Log Log} \ldots \text{Log Log}\, \alpha \quad ,$$

convenendo che $\text{Log}^0 \alpha = \alpha$; allora servendosi del teorema precedente, ci sarà facile di dimostrare anche il seguente: *Se Σu_n è una serie divergente i cui termini non sono crescenti, la serie*

$$\Sigma \frac{u_n}{S_n \,\text{Log}\, S_n \,\text{Log}^2 S_n \ldots \text{Log}^{p-1} S_n \,(\text{Log}^p S_n)^{1+\mu}} \quad ,$$

ove p è un numero qualunque finito, è convergente se μ è una quantità positiva e divergente se μ è negativa o nulla.

Per questo si osservi prima di tutto che indicando con log i logaritmi neperiani, e con M il modulo dei Logaritmi a base a, cioè ponendo

$$M=\frac{\text{Log}\,\alpha}{\log\alpha}\quad,$$

si ha

$$\begin{aligned}
&\text{Log}\,\alpha=M\log\alpha\quad,\\
&\text{Log}^2\alpha=M\log^2\alpha+\text{Log}\,M=\log^2\alpha\left(M+\frac{\text{Log}\,M}{\log^2\alpha}\right)=M_1\log^2\alpha\quad,\\
&\text{Log}^3\alpha=M\log^3\alpha+\text{Log}\,M_1\ =\log^3\alpha\left(M+\frac{\text{Log}\,M_1}{\log^3\alpha}\right)=M_2\log^3\alpha\quad,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\text{Log}^r\alpha=M\log^r\alpha+\text{Log}\,M_{r-2}=\log^r\alpha\left(M+\frac{\text{Log}\,M_{r-2}}{\log^r\alpha}\right)=M_{r-1}\log^r\alpha\quad.
\end{aligned}$$

e quindi

$$\text{Log}\alpha\,\text{Log}^2\alpha\ldots\text{Log}^{r-1}\alpha\,(\text{Log}^r\alpha)^{1+\mu}=M\,M_1\,M_2\ldots M_{r-2}\,(M_{r-1})^{1+\mu}\log\alpha\log^2\alpha\ldots\log^{r-1}\alpha\,(\log^r\alpha)^{1+\mu}.$$

Se ora si sostituisce in questa S_n in luogo di α, evidentemente il prodotto $M\,M_1\,M_2\ldots M_{r-2}\,(M_{r-1})^{1+\mu}$ sarà una quantità finita e differente da zero, e che, almeno a partire da un certo valore di n, sarà positiva; quindi le condizioni di convergenza o divergenza della serie (3) saranno le stesse di quelle della serie

$$\sum\frac{u_n}{S_n\log S_n\log^2 S_n\ldots\log^{r-1}S_n\,(\log^r S_n)^{1+\mu}}\quad,$$

ove i logaritmi sono neperiani, e basterà perciò di studiare questa sola.

Ora per studiare questa si osservi che, essendo z una quantità positiva, si ha

$$\log\left(\frac{1}{1-z}\right)>z>\log(1+z)\quad,$$

e quindi, prendendo $z=\frac{u_n}{S_n}$, si avrà

$$\log S_n-\log S_{n-1}>\frac{u_n}{S_n}>\log(S_n+u_n)-\log S_n\quad.$$

e poichè i termini di Σu_n non sono crescenti, evidentemente in $\log(S_n+u_n)$ ad u_n potremo sostituire u_{n+1}, e così si troverà

$$\log S_n - \log S_{n-1} > \frac{u_n}{S_n} > \log S_{n+1} - \log S_n \quad .$$

Facciamo ora in questa $n=2, 3, \ldots, n$, e supponiamo per comodo $u_1=1$; allora, sommando le diseguaglianze che ne risultano e l'altra

$$1 = \frac{u_1}{S_1} > \log S_2 \quad ,$$

si troverà

$$\log S_n + 1 > S'_n > \log S_{n+1} \quad :$$

e quindi, poichè si ha

$$\log S_n + 1 = \log S_n + \log e = \log e\, S_n \quad , \quad S_{n+1} > S_n \quad ,$$

ove e indica la base dei logaritmi neperiani, se ne dedurrà l'altra

$$(a) \qquad \log e\, S_n > S'_n > \log S_n \quad ;$$

e questa ci condurrà subito al teorema.

Infatti, pel caso di μ negativa o nulla, si osserverà che da questa si hanno le seguenti

$$\begin{aligned} &S'_n > \log S_n \quad , \\ &S''_n > \log S'_n > \log^2 S_n \quad , \\ &S'''_n > \log S''_n > \log^3 S_n \quad , \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &S^p_n > \log S^{p-1}_n > \log^p S_n \quad ; \end{aligned}$$

e quindi, pel teorema precedente, se ne concluderà appunto che la serie

$$\Sigma \frac{u_n}{S_n \log S_n \log^2 S_n \ldots \log^{p-1} S_n (\log^p S_n)^{1+\mu}} \quad ,$$

è divergente se μ è negativa o nulla.

Pel caso poi di μ positiva, si osserverà che dalla stessa relazione (a) si

hanno le seguenti

$$
\begin{aligned}
S'_n &< \log e S_n < e \log S_n \quad , \\
S''_n &< \log e S'_n < e^2 \log^2 S_n \quad , \\
S'''_n &< \log e S''_n < e^3 \log^3 S_n \quad , \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
S^p_n &< \log e S^{p-1}_n < e^p \log^p S_n \quad ;
\end{aligned}
$$

e quindi se ne concluderà che quando la serie

$$\sum \frac{u_n}{S_n S'_n S''_n \ldots (S^p_n)^{1+\mu}} \quad ,$$

è convergente, lo sarà pure la serie

$$\frac{1}{e^{1+2+3+\cdot\cdot+(p-1)+p(1+\mu)}} \sum \frac{u_n}{S_n \log S_n \log^2 S_n \ldots \log^{p-1} S_n (\log^p S_n)^{1+\mu}} \quad ,$$

ovvero la serie

$$\sum \frac{u_n}{S_n \log S_n \log^2 S_n \ldots \log^{p-1} S_n (\log^p S_n)^{1+\mu}} \quad ;$$

e questo (num. 7) completa evidentemente il teorema.

9. Prendendo nel teorema precedente $u_n = 1$, con che Σu_n è divergente, e $S_n = n$, se ne conclude subito il teorema noto che: *La serie*

$$\sum \frac{1}{n \operatorname{Log} n \operatorname{Log}^2 n \ldots \operatorname{Log}^{p-1} n (\operatorname{Log}^p S\, n)^{1+\mu}}$$

è convergente se μ è positivo e divergente se μ è negativo o nullo.

10. *Se $\varphi(n)$ è una funzione positiva di n tale che la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ sia divergente, e se Σu_n è una serie convergente, si avrà necessariamente*

$$\lim \varphi(n) u_n = 0 \quad .$$

Si ponga infatti

$$\sigma_n = \frac{1}{\varphi(1)} + \frac{1}{\varphi(2)} + \ldots + \frac{1}{\varphi(n)} \quad ,$$

e si prenda nel criterio del numero 1

$$k_n = \frac{1}{\sigma_n} \quad ;$$

si avrà

$$h_n = \frac{1}{\varphi(n+1) u_{n+1} \sigma_n \sigma_{n+1}} \quad ,$$

e quindi

$$m_n = \varphi(n+1)\, u_{n+1} \sigma_{n+1} \quad ;$$

e poichè se Σu_n è convergente si deve avere $\lim m_n = 0$, e d'altronde $\lim \sigma_n = \infty$, se ne conclude appunto che dovrà essere $\lim \varphi(n) u_n = 0$.

Questa condizione $\lim \varphi(n) u_n = 0$ è dunque una condizione *necessaria* per la convergenza di una serie Σu_n, e noi vediamo perciò in particolare, pel teorema del numero 9, che: *Se Σu_n è una serie convergente si avrà necessariamente*

$$\lim n u_n = 0\,,\ \lim n u_n \operatorname{Log} n = 0\,,\ \lim n u_n \operatorname{Log} n \operatorname{Log}^2 n = 0, \ldots,\ \lim n u_n \operatorname{Log} n \ldots \operatorname{Log}^p n = 0;$$

e quindi, *se per una serie Σu_n si troverà che queste condizioni non sono soddisfatte si potrà subito affermare che la serie Σu_n è divergente.*

11. *Se $\psi(n)$ è una funzione positiva di n tale che la serie $\Sigma \frac{1}{\psi(n)}$ sia convergente, la serie Σu_n sarà pure convergente se*

$$\lim \psi(n) u_n \quad ,$$

non è infinito (*).

Poniamo infatti

$$\rho_n = \frac{1}{\psi(n+1)} + \frac{1}{\psi(n+2)} + \cdots \quad ,$$

e prendiamo

$$k_n = \rho_n \quad ;$$

si avrà

$$h_n = \frac{\rho_n - \rho_{n+1}}{u_{n+1}} = \frac{1}{\psi(n+1) u_{n+1}} \quad ,$$

e quindi, se $\lim \psi(n) u_n$ non è infinito, la serie Σu_n sarà evidentemente convergente.

Nel caso di $\lim \psi(n) u_n = \infty$, osservando che

$$m_n = \rho_n \psi(n+1)\, u_{n+1} \quad ,$$

(*) Questo teorema e il precedente sono facilissimi a dimostrarsi anche per altra via. Dandoli quì, io ho creduto bene di dedurli dal teorema del numero 1.

si potrà soltanto affermare che *la serie* Σu_n *è divergente tutte le volte che*

$$\lim \left\{ \frac{1}{\psi(n+1)} + \frac{1}{\psi(n+2)} + \dots \right\} \psi(n+1) u_{n+1}$$

non è zero.

Osservazione. Pel teorema precedente e per quello del numero 9, si ha in particolare che: *Una serie* Σu_n *sarà convergente se una delle espressioni*

$$n^{1+\mu} u_n \quad , \quad n\,(\mathrm{Log}\,n)^{1+\mu} u_n \,, \dots , \; n \,\mathrm{Log}\,n \dots \mathrm{Log}^{p-1} n\,(\mathrm{Log}^p\, n)^{1+\mu} u_n \quad ,$$

ove μ *è un numero qualunque positivo, non cresce indefinitamente col crescere indefinitamente di* n; e questa conclusione unita a quella della fine del numero 10 dà un mezzo noto per giudicare della convergenza o divergenza di una serie Σu_n.

12. Andiamo adesso a vedere come, servendosi di alcuni dei teoremi precedenti, si può subito trovare un criterio di convergenza o divergenza di una serie a termini positivi Σu_n che comprende come casi particolari quelli dati già dal sig. Bertrand. Questo criterio è il seguente:

Se $\varphi(n)$ *è una funzione positiva di* n *tale che la serie* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ *sia divergente, e se s'indica al solito con* σ_n *la somma dei primi* n *termini di questa serie, e si pone*

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_0 = \dfrac{\mathrm{Log}\left\{\dfrac{1}{u_n \varphi(n)}\right\}}{\sigma_n} \,, \\[2ex] \lambda_1 = \dfrac{\mathrm{Log}\left\{\dfrac{1}{u_n \varphi(n)\,\sigma_n}\right\}}{\mathrm{Log}\,\sigma_n} \,, \\[2ex] \lambda_2 = \dfrac{\mathrm{Log}\left\{\dfrac{1}{u_n \varphi(n)\,\sigma_n \,\mathrm{Log}\,\sigma_n}\right\}}{\mathrm{Log}^2\,\sigma_n} \,, \\[2ex] \dots\dots\dots\dots\dots \\[2ex] \lambda_r = \dfrac{\mathrm{Log}\left\{\dfrac{1}{u_n \varphi(n)\,\sigma_n \,\mathrm{Log}\,\sigma_n \dots \mathrm{Log}^{r-1}\,\sigma_n}\right\}}{\mathrm{Log}^r\,\sigma_n} \,, \\[2ex] \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right.$$

ove la base dei logaritmi è maggiore dell'unità; la serie Σu_n *sarà convergente o divergente secondo che la prima delle quantità* λ *che non si annulla per* $n=\infty$ *è*

positiva o negativa. E si potrà anche affermare che la serie Σu_n *sarà divergente se prima di trovare una quantità* λ *il cui limite sia differente da zero se ne troverà una che è sempre negativa fuori del limite.*

Osserviamo prima di tutto che qui si ritiene che le quantità λ, a partire da un certo valore di n col crescere indefinitamente di n, conservino sempre uno stesso segno, poichè se ciò non avvenisse, i loro limiti avrebbero un segno indeterminato o sarebbero nulli e il criterio lascerebbe quindi nel dubbio.

Ciò posto, ricordiamo che, siccome la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ è divergente, la serie

$$(3) \qquad \sum \frac{1}{\varphi(n)\sigma_n \operatorname{Log}\sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n (\operatorname{Log}^p \sigma_n)^{1+\mu}}$$

sarà convergente se $\mu > 0$, e divergente se $\mu \leq 0$ (numero 8); e quindi affinchè Σu_n sia convergente, sarà necessario che si abbia (numero 10)

$$\lim \{ u_n \varphi(n) \sigma_n \operatorname{Log}\sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n \operatorname{Log}^p \sigma_n \} = 0 \quad ,$$

qualunque sia p.

Da questo evidentemente risulta subito la parte del teorema relativa alla divergenza di Σu_n, giacchè se λ_p per es. avrà un limite negativo, o sarà sempre negativo fuori del limite, ciò vorrà dire che a partire da un certo valore di n fino all' infinito la quantità sotto il logaritmo del numeratore di λ_p sarà minore dell' unità, e quindi l' espressione

$$u_n \varphi(n) \sigma_n \operatorname{Log}\sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n$$

non avrà per limite zero, e Σu_n sarà perciò divergente.

Resta a dimostrarsi la parte del teorema relativa alla convergenza di Σu_n.

Per dimostrarla intanto per λ_0 osserviamo dapprima che se λ_0 è sempre positiva e non tende a zero indicando con μ una quantità positiva e sufficientemente piccola, a partire da un certo valore di n si avrà

$$\operatorname{Log}\left\{\frac{1}{u_n \varphi(n)}\right\} > \mu \sigma_n \quad ;$$

Ma per n sufficientemente grande si ha

$$\frac{\sigma_n}{\operatorname{Log}\sigma_n} > 1 + \frac{1}{\mu} \quad , \quad \text{ovvero} \quad \sigma_n > \left(1 + \frac{1}{\mu}\right) \operatorname{Log}\sigma_n \quad ,$$

giacchè il rapporto $\frac{\sigma_n}{\operatorname{Log}\sigma_n}$ cresce indefinitamente con n (*); dunque sarà

$$\operatorname{Log}\left\{\frac{1}{u_n\varphi(n)}\right\}>(1+\mu)\operatorname{Log}\sigma_n \quad ,$$

ovvero

$$\operatorname{Log}\left\{\frac{1}{\varphi(n)u_n}\right\}>\operatorname{Log}\sigma_n^{1+\mu} \quad ;$$

da cui

$$\frac{1}{\varphi(n)u_n}>\sigma_n^{1+\mu} \quad ,$$

o anche

$$u_n<\frac{1}{\varphi(n)\sigma_n^{1+\mu}} \quad ;$$

e quindi, poichè la serie $\Sigma\frac{1}{\varphi(n)\sigma_n^{1+\mu}}$ è convergente, anche $\Sigma\, u_n$ sarà convergente.

Per dimostrare il teorema per una λ qualunque, osserveremo che se λ_p è positivo e non tende a zero indicando con μ una quantità positiva sufficientemente piccola a partire da un certo valore di n sino all'infinito, si avrà

$$\operatorname{Log}\left\{\frac{1}{u_n\varphi(n)\sigma_n\operatorname{Log}\sigma_n\ldots\operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n}\right\}>\mu\operatorname{Log}^p\sigma_n \quad ,$$

ovvero

$$\operatorname{Log}\left\{\frac{1}{u_n\varphi(n)\sigma_n\operatorname{Log}\sigma_n\ldots\operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n}\right\}>\operatorname{Log}\left\{\operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n\right\}^\mu \quad ,$$

(*) Questo si vede in una maniera semplicissima così: Si osservi che la serie $\Sigma u_n=\Sigma\frac{1}{\sigma_n^2}$ è convergente, mentre la serie $\sum\frac{1}{\varphi_1(n)}=\sum\frac{1}{\sigma_n\operatorname{Log}\sigma_n}$ è divergente (num. 8); se ne dedurrà subito (numero 10) che

$$\lim\varphi_1(n)u_n=\lim\frac{\operatorname{Log}\sigma_n}{\sigma_n}=0 \quad ,$$

ciò che mostra appunto che $\frac{\sigma_n}{\operatorname{Log}\sigma_n}$ cresce indefinitamente con n.

Così pure si troverebbe che $\lim\frac{\sigma_n^\mu}{\operatorname{Log}\sigma_n}=\infty$, $\lim\left\{\frac{(\operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n)^\mu}{\operatorname{Log}^p\sigma_n}\right\}=\infty$, qualunque sia la costante μ purchè positiva.

e quindi

$$\frac{1}{u_n \varphi(n) \sigma_n \operatorname{Log} \sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-1} \sigma_n} > (\operatorname{Log}^{p-1} \sigma_n)^{\mu} \quad ;$$

da cui

$$u_n < \frac{1}{\varphi(n) \sigma_n \operatorname{Log} \sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-2} \sigma_n (\operatorname{Log}^{p-1} \sigma_n)^{1+\mu}} \quad ,$$

che mostra appunto che Σu_n è convergente, poichè la serie (3) è convergente per $\mu > 0$, qualunque sia p.

Il teorema è così completamente dimostrato.

Notiamo che la parte di questo teorema relativa alla divergenza di Σu_n avrebbe potuto dimostrarsi anche in un modo analogo a quello che ci ha servito pel caso della convergenza.

13. Prendendo nel teorema del numero precedente $\varphi(n) = 1$, si ottengono i teoremi di Bertrand; cioè si ha che: *Ponendo*

$$\lambda'_0 = \frac{\operatorname{Log}\left(\frac{1}{u_n}\right)}{n} \quad ,$$

$$\lambda'_1 = \frac{\operatorname{Log}\left(\frac{1}{n u_n}\right)}{\operatorname{Log} n} \quad ,$$

$$\lambda'_2 = \frac{\operatorname{Log}\left(\frac{1}{n u_n \operatorname{Log} n}\right)}{\operatorname{Log}^2 n} \quad ,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\lambda'_r = \frac{\operatorname{Log}\left(\frac{1}{n u_n \operatorname{Log} n \ldots \operatorname{Log}^{r-1} n}\right)}{\operatorname{Log}^r n} \quad ;$$

la serie Σu_n è convergente o divergente secondo che la prima delle quantità λ' che non si annulla per $n = \infty$ è positiva o negativa; ed è pure divergente quando si trovi che una delle quantità λ anche che tenda a zero è sempre negativa fuori del limite.

Osservazione. Siccome si ha $\lambda_0 = \operatorname{Log} \frac{1}{\sqrt[n]{u_n}}$, così si può anche dire in particolare che *la serie Σu_n sarà convergente o divergente secondo che $\sqrt[n]{u_n}$ avrà un limite maggiore o minore dell'unità.*

14. Notiamo ancora che siccome dalle (2) si ha

$$\lambda_p = \frac{\operatorname{Log}\left\{\frac{1}{u_n\varphi(n)\sigma_n \operatorname{Log}\sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-2}\sigma_n}\right\} - \operatorname{Log}^p \sigma_n}{\operatorname{Log}^p \sigma_n} \quad ,$$

così si avrà

$$(4) \qquad \lambda_p = \lambda_{p-1} \frac{\operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n}{\operatorname{Log}^p \sigma_n} - 1 \quad ;$$

ed è sotto questa forma che tornerà comodo di tenere le λ o le λ' quando si vorranno applicare i criterj dei numeri 12 e 13 alla ricerca della convergenza o divergenza di una serie Σu_n.

E quì giova osservare che, siccome le quantità $\frac{\operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n}{\operatorname{Log}^p \sigma_n}$ crescono indefinitamente con n (V. nota precedente), così dalla (4) si vede che quando si sarà trovata una quantità λ_{p-1} che abbia un limite maggior di zero, tutte quelle che la seguono avranno per limite l'infinito positivo, e quando se ne sarà trovata una che è sempre negativa fuori del limite, quella che la segue immediatamente avrà un limite che sarà al certo negativo e che potrà essere finito o infinito; e tutte le λ seguenti avranno per limite l'infinito negativo.

15. Per dare una applicazione del teorema del numero 12 cerchiamo che cosa accada della serie

$$(5) \qquad \sum \frac{1}{\varphi(n)\sigma_n \operatorname{Log}\sigma_n \ldots \operatorname{Log}^{p-1}\sigma_n (\operatorname{Log}^p \sigma_n)^{1+\mu}} \quad ,$$

quando μ è positivo ma tende a zero.

Si ha per questa serie evidentemente

$$\lambda_{p+1} = \mu \quad ,$$

$$\lambda_{p+2} = \mu \frac{\operatorname{Log}^{p+1}\sigma_n}{\operatorname{Log}^{p+2}\sigma_n} - 1 \quad ;$$

dunque *questa serie sarà convergente o divergente secondo che* $\lim\left(\mu \frac{\operatorname{Log}^{p+1}\sigma_n}{\operatorname{Log}^{p+2}\sigma_n}\right) \gtrless 1$.

Questo risultato rende evidentemente più completi i teoremi dei numeri 8, 9.

Se si suppone $\mu = \frac{a}{\sigma_n} + \frac{b}{\sigma^2_n} + \dots$ con a positiva, allora evidentemente si ha

$$\lim \left\{ \mu \frac{\mathrm{Log}^{p+1} \sigma_n}{\mathrm{Log}^{p+2} \sigma_n} \right\} = \lim \left\{ \mu \,\mathrm{Log}\, \sigma_n \frac{\mathrm{Log}^2 \sigma_n}{\mathrm{Log}\, \sigma_n} \frac{\mathrm{Log}^3 \sigma_n}{\mathrm{Log}^2 \sigma_n} \cdots \frac{\mathrm{Log}^{p+1} \sigma_n}{\mathrm{Log}^p \sigma_n} \frac{1}{\mathrm{Log}^{p+2} \sigma_n} \right\} = 0 \;,$$

e quindi la serie (5) in questo caso è divergente.

In particolare si ha dunque che le serie

$$\sum \frac{1}{n^{1+\frac{a}{n}+\dots}} \;,\quad \sum \frac{1}{n\,(\mathrm{Log}\, n)^{1+\frac{a}{n}+\dots}} \;,\quad \sum \frac{1}{n\,\mathrm{Log}\, n\,(\mathrm{Log}^2 n)^{1+\frac{a}{n}+\dots}} \;,$$

$$\sum \frac{1}{n\,\mathrm{Log}\, n\,\mathrm{Log}^2 n \dots \mathrm{Log}^{p-1} n\,(\mathrm{Log}^p n)^{1+\frac{a}{n}+\dots}} \;,$$

ove a è positiva sono tutte divergenti.

Analogamente si potrebbe vedere che le serie (5) corrispondenti a

$$\mu = \frac{a}{(\mathrm{Log}^{p+1} \sigma_n)^{\nu}} + \frac{b}{(\mathrm{Log}^{p+1} \sigma_n)^{\nu+\nu'}} + \dots \;,$$

ove a, ν e ν' sono positive, sono convergenti se $\nu < 1$, divergenti se $\nu \geq 1$.

16. Ritorniamo adesso al criterio del numero 1; questo criterio, come dicemmo, potrà sempre servire poichè, data una serie Σu_n, esistono sempre infinite funzioni k_n tali che l'applicazione del criterio riesce decisivo. Però queste funzioni dipenderanno dalla natura di Σu_n, ed anzi in generale possiamo ora mostrare che *non esiste una funzione k_n tale che con essa il criterio riesca decisivo per qualunque serie Σu_n, tale cioè che con essa si trovi sempre*

$$\lim h_n > 0$$

se la serie è convergente, e

$$\lim m_n > 0$$

se la serie è divergente.

Sia infatti, se è possibile, k_n una tale funzione; la serie $\Sigma \left(\frac{k_{n-1} - k_n}{k_{n-1}} \right)$ sarà divergente (num. 4), e quindi indicando con S_n la somma dei suoi n primi

termini, anche la serie $\Sigma\left(\frac{k_{n-1}-k_n}{k_{n-1}S_n}\right)$ sarà divergente (num. 6), e quindi per essa dovrebbe aversi $\lim m_n > 0$. Ora invece per essa si trova

$$m_n = \frac{1}{S_{n+1}} \quad , \quad \lim m_n = 0 \quad ;$$

e quindi se ne conclude che la funzione voluta non può esistere.

17. Il criterio del num. 1 è generale; però la sua applicazione potrebbe riuscire laboriosa quando i termini di Σu_n fossero dei prodotti nei quali il numero dei fattori va continuamente aumentando. È utile per ciò di trasformarlo in un altro ché sia di più facile applicazione in questo caso.

Per questo si prenda intanto $k_n = \varphi(n)\, u_n$, essendo $\varphi(n)$ una funzione tale che $\lim \varphi(n)\, u_n = 0$. Allora si avrà

$$h_n = \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) \quad ,$$

$$m_n = \frac{\varphi(n)\, u_n}{h_n} \quad ,$$

e il teorema del numero 1, diverrà appunto il teorema di Kummer, cioè si avrà che:

Essendo $\varphi(n)$ una funzione di n tale che $\lim \varphi(n) u_n = 0$, la serie Σu_n sarà convergente se

$$\lim \left\{ \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) \right\} > 0 \quad ;$$

e sarà divergente se

$$\lim \frac{\varphi(n)\, u_n}{h_n} > 0 \ .$$

18. Arrestiamoci più specialmente sulla prima parte di questo teorema: e senza occuparci ora della condizione $\lim \varphi(n) u_n = 0$ supponiamo che $\varphi(n)$ sia una tale funzione che la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ sia divergente; in questo caso, se per una serie Σu_n si troverà che l'espressione

$$h_n = \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1)$$

ha un limite negativo o è sempre negativa fuori del limite, ciò vorrà dire che Σu_n sarà divergente, giacchè in ambedue i casi a partire da un certo valore di n sino all'infinito si avrà

$$\varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) < 0 \quad ,$$

e quindi

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} > \frac{\dfrac{1}{\varphi(n+1)}}{\dfrac{1}{\varphi(n)}} \quad ;$$

ciò che mostra appunto che Σu_n è divergente.

Da questo e dal teorema precedente risulta dunque intanto che: *Essendo $\varphi(n)$ una funzione positiva di n tale che la serie $\Sigma \dfrac{1}{\varphi(n)}$ sia divergente, la serie Σu_n sarà divergente se l'espressione*

$$h_n = \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1)$$

avrà un limite negativo, e anche se tendendo a zero sarà sempre negativa fuori del limite; e sarà convergente se oltre ad aversi $\lim \varphi(n) u_n = 0$, si avrà altresì

$$\lim h_n > 0 \quad .$$

Il dubbio si presenterà quando h_n tenderà a zero mantenendosi sempre positiva fuori del limite, e quando il segno di $\lim h_n$ sarà indeterminato. Quest' ultimo caso sarà assai raro e si presenterà soltanto quando $\varphi(n) u_n$ avvicinandosi al suo limite sarà or crescente or decrescente col crescere di n per valori interi: qui però questo caso si intenderà sempre escluso dalle nostre considerazioni.

19. Dico ora che la condizione $\lim \varphi(n) u_n = 0$, necessaria d'altronde per la convergenza di Σu_n (num. 10), non lo è punto per l'enunciato del teorema precedente: in altri termini se $\varphi(n) u_n$ ha un limite differente da zero (nel qual caso già sappiamo che Σu_n è divergente (num. 10)) dico che non si potrà mai avere $\lim h_n > 0$; e quindi il caso di $\lim h_n > 0$ resterà da sè soltanto quando $\lim \varphi(n) u_n = 0$, cioè quando Σu_n è convergente.

Supponiamo infatti che si abbia

$$\lim \varphi(n) u_n = \alpha \quad ,$$

essendo α una quantità diversa da zero; e consideriamo separatamente i casi di α finito, e di α infinito.

Consideriamo il primo caso. La serie Σu_n essendo divergente, tale sarà pure (num. 6) la serie

$$\Sigma v_n = \Sigma \frac{u_n}{S_n} \quad ,$$

e per questa si avrà

$$\lim \varphi(n) v_n = \lim \frac{\varphi(n) u_n}{S_n} = \frac{\alpha}{\lim S_n} = 0 \quad :$$

dunque, pel teorema di Kummer, l'espressione

$$h'_n = \varphi(n) \frac{v_n}{v_{n+1}} - \varphi(n+1) \quad .$$

non potrà avere un limite positivo.

Ma d'altronde si ha

$$h'_n = \varphi(n) \frac{u_n}{u_{n+1}} \frac{S_{n+1}}{S_n} - \varphi(n+1)$$

ovvero

$$h'_n = \varphi(n) \frac{u_n}{u_{n+1}} + \frac{\varphi(n) u_n}{S_n} - \varphi(n+1) = h_n + \frac{\varphi(n) u_n}{S_n} \quad ;$$

dunque, poichè $\frac{\varphi(n) u_n}{S_n}$ è positivo ed ha per limite zero, h_n avrà lo stesso limite di h'_n, e quindi $\lim h_n$ non potrà essere positivo (*).

(*) Questo del resto risulta subito anche da ciò che abbiam detto nel numero 1.

Infatti se $\varphi(n) u_n$ ha un limite finito α, indicando con δ_n una quantità che ha per limite zero si avrà

$$\varphi(n) u_n = \alpha + \delta_n \quad ,$$

e quindi

$$h_n = \frac{\delta_n - \delta_{n+1}}{u_{n+1}} \quad ;$$

e poichè δ_n tende a zero, qualunque sia il suo segno e la sua espressione, si vede subito di qui che h_n non può avere un limite positivo, perchè altrimenti Σu_n sarebbe convergente (numero 1).

Supponiamo ora $\alpha = \infty$. In questo caso se si avesse

$$\lim h_n > 0 \quad ,$$

necessariamente, a partire da un certo valore di n, si avrebbe

$$\varphi(n) \frac{u_n}{u_{n+1}} > \varphi(n+1) \quad ,$$

ovvero

$$\varphi(n) u_n > \varphi(n+1) u_{n+1} \quad ,$$

e quindi $\varphi(n) u_n$ sarebbe decrescente, e non potrebbe divenire infinito.

Dunque anche in questo caso h_n non potrà avere un limite positivo, e quindi si può ora concludere che quando si abbia $\lim h_n > 0$, la condizione $\lim \varphi(n) u_n = 0$ viene soddisfatta da per sè, e si ha perciò il teorema generale seguente:

Essendo $\varphi(n)$ una funzione positiva di n e tale che la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ sia divergente, la serie Σu_n sarà convergente o divergente secondo che la espressione

$$h_n = \varphi(n) \frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1)$$

avrà un limite positivo o negativo; e sarà pure divergente quando h_n, tendendo a zero, sarà sempre negativa fuori del limite.

Quando h_n sia identicamente nullo, la serie Σu_n sarà evidentemente divergente, giacchè sarà

$$\varphi(n) u_n = \varphi(n+1) u_{n+1} = \beta \quad ,$$

ove β non varia col crescere di n per valori interi; e quindi si avrà

$$u_n = \frac{\beta}{\varphi(n)} \quad , \qquad \text{e} \qquad \Sigma u_n = \beta \Sigma \frac{1}{\varphi(n)} \quad .$$

Il criterio precedente adunque lascerà il dubbio soltanto nel caso in cui h_n tenderà a zero essendo sempre positivo fuori del limite.

Osservazione. È da notarsi che dalla dimostrazione del teorema precedente risulta che, quando la serie Σu_n sia divergente, h_n tenderà sempre a zero finchè $\varphi(n)$ è tale che $\lim \varphi(n) u_n$ non è infinito.

20. Pel teorema generale precedente ogni serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ di cui sia nota la divergenza conduce subito ad un criterio di convergenza o divergenza di un altra serie qualunque Σu_n.

Tutte le serie divergenti adunque che abbiam considerate nei numeri 7, 8 e 9, prese per la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, conducono ad altrettanti criterj; e quì prendendo in particolare per $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ la serie

$$1 + 1 + 1 + \dots$$

e le serie logaritmiche del numero 9 corrispondenti a $\mu = 0$, cioè facendo $\varphi(n) = 1\,, = n\,, = n \operatorname{Log} n\,, = n \operatorname{Log} n \operatorname{Log}^2 n = \dots, = n \operatorname{Log} n \operatorname{Log}^2 n \dots \operatorname{Log}^r n$, si potrà enunciare il seguente teorema: *La serie Σu_n sarà convergente o divergente secondochè la prima delle espressioni*

$$h^0{}_n = \frac{u_n}{u_{n+1}} - 1 \quad ,$$

$$h'_n = n \frac{u_n}{n_{n+1}} - (n+1) \quad ,$$

$$h''_n = n \operatorname{Log} n \frac{u_n}{u_{n+1}} - (n+1) \operatorname{Log}(n+1) \quad ,$$

. . . .

$$h_n^{(r+1)} = n \operatorname{Log} n \dots \operatorname{Log}^r n \frac{u_n}{u_{n+1}} - (n+1) \operatorname{Log}(n+1) \dots \operatorname{Log}^r (n+1) \quad ,$$

. . . . ,

che non ha per limite zero, avrà per limite una quantità positiva o negativa; e sarà divergente anche quando si troverà che una di queste espressioni tende a zero essendo sempre negativa fuori del limite.

Così noi vediamo risultare dal teorema (19) una buona parte dei noti criterj di convergenza o divergenza di una serie Σu_n nei quali entra il rapporto di due termini consecutivi della stessa serie.

Moltiplicando le espressioni precedenti per $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ il criterio prenderà una forma leggermente differente.

21. Il criterio che ora abbiamo dato può trasformarsi facilmente in un

altro nel modo seguente. Osserviamo che ponendo

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = 1 + \alpha_0 \quad ,$$

si ha per h'_n

$$h'_n = n\alpha_0 - 1 \quad .$$

In generale poi per $h_n^{(p+1)}$ si ha (supponendo per semplicità che i logaritmi siano neperiani)

$$h_n^{(p+1)} = (n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)\left\{\frac{n\log n\ldots\log^{p-1} n}{(n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)}\log^p n\,\frac{u_n}{u_{n+1}} - \log^p(n+1)\right\} ,$$

e ponendo

$$\frac{n\log n\ldots\log^{p-1} n}{(n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)}\,\frac{u_n}{u_{n+1}} = 1 + \alpha_p \quad ,$$

si avrà

$$h_n^{(p+1)} = (n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)\{\alpha_p\log^p n + \log^p n - \log^p(n+1)\} \quad ,$$

ovvero

$$h_n^{(p+1)} = (n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)\{\log^p(n+1) - \log^p n\}\left\{\frac{\log^p n}{\log^p(n+1) - \log^p n}\alpha_p - 1\right\} \quad ,$$

o anche

$$(6) \qquad h_n^{(p+1)} = A_n\left\{\frac{\log^p n}{\log^p(n+1) - \log^p n}\,\alpha_p - 1\right\} \quad ,$$

ponendo per abbreviare

$$A_n = (n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)\{\log^p(n+1) - \log^p n\} \quad .$$

Ma dalla formola

$$\log\left(\frac{1}{1-z}\right) > z > \log(1+z) \quad ,$$

prendendo una volta $z = \frac{\beta_{n+1} - \beta_n}{\beta_{n+1}}$, e un'altra $z = \frac{\beta_{n+1} - \beta_n}{\beta_n}$ si deducono le

due diseguaglianze

$$\log \beta_{n+1} - \log \beta_n > \frac{\beta_{n+1} - \beta_n}{\beta_{n+1}} \quad ,$$

$$\log \beta_{n+1} - \log \beta_n < \frac{\beta_{n+1} - \beta_n}{\beta_n} \quad ;$$

quindi, supponendo $\beta_n = \log^{p-1} n$, per la prima di queste si avrà

$$\begin{aligned} A_n &> (n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-3}(n+1)\log^{p-2}(n+1)\{\log^{p-1}(n+1) - \log^{p-1} n\} \\ &> (n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-3}(n+1)\{\log^{p-2}(n+1) - \log^{p-2} n\} \\ &> \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &> 1 \quad ; \end{aligned}$$

e per la seconda

$$\begin{aligned} A_n &< (n+1)\log(n+1)\ldots\frac{\log^{p-1}(n+1)}{\log^{p-1} n}\{\log^{p-1}(n+1) - \log^{p-1} n\} \\ &< (n+1)\log(n+1)\ldots\frac{\log^{p-2}(n+1)}{\log^{p-2} n}\,\frac{\log^{p-1}(n+1)}{\log^{p-1} n}\{\log^{p-2}(n+1) - \log^{p-2} n\} \\ &< \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &< \frac{n+1}{n}\,\frac{\log(n+1)}{\log n}\,\frac{\log^2(n+1)}{\log^2 n}\ldots\frac{\log^{p-1}(n+1)}{\log^{p-1} n} \quad . \end{aligned}$$

E poichè quest'ultima espressione è composta di un numero finito di fattori che tendono all'unità, essa pure tenderà all'unità, e quindi si avrà evidentemente $\lim A_n = 1$, e per la (6) se ne dedurrà

$$\lim h_n^{(p+1)} = \lim \left\{ \frac{\log^p n}{\log^p(n+1) - \log^p n}\,\alpha_p - 1 \right\} \quad ,$$

ove p può avere i valori 1, 2, 3 ...

Questi risultati ci fanno evidentemente concludere che: *Ponendo*

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = 1 + \alpha_0 \quad ,$$

$$\frac{n\log n\ldots\log^{p-1} n}{(n+1)\log(n+1)\ldots\log^{p-1}(n+1)}\,\frac{u_n}{u_{n+1}} = 1 + \alpha_p \quad ,$$

ove a p possono darsi i valori 1, 2, 3..., *la serie* Σu_n *sarà convergente o divergente secondo che la prima delle espressioni*

$$\lim \frac{u_n}{u_{n+1}} \quad ,$$

$$\lim n \alpha_0 \quad ,$$

$$\lim \frac{\log n}{\log(n+1)-\log n} \alpha_1 \quad ,$$

$$\lim \frac{\log^2 n}{\log^2(n+1)-\log^2 n} \alpha_2$$

. . . .

che non è eguale all'unità, sarà maggiore o minore dell'unità. (Novi Algebra superiore num. 235).

Se i logaritmi invece di essere neperiani fossero stati a base qualunque, purchè maggiore dell' unità, saremmo giunti a questi stessi risultati finali.

Questo criterio non è in fondo che una leggera trasformazione del precedente e serve ordinatamente negli stessi casi; però talvolta può essere più comodo di averlo sotto questa forma piuttosto che sotto l' altra.

22. Mediante i teoremi dati in principio ci è facile ora di dimostrare che per ogni serie Σu_n esistono sempre infinite serie divergenti $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ tali che, servendosi della funzione $\varphi(n)$ che ci è somministrata da esse, il criterio del num. 19 riesce decisivo.

Supponiamo infatti dapprima che la serie Σu_n sia convergente; allora la serie $\Sigma \frac{u_n}{R_n}$ sarà divergente (num. 4), e, prendendo questa per la $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, si avrà

$$h_n = \frac{R_n}{u_{n+1}} - \frac{R_{n+1}}{u_{n+1}} = 1 \quad ,$$

e il criterio sarà così decisivo.

Se poi Σu_n è divergente, la serie $\Sigma \frac{u_n}{S_n}$ sarà pure divergente (num. 5); e, prendendo questa per la $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, il criterio verrà pure decisivo poichè si avrà

$$h_n = \frac{S_n}{u_{n+1}} - \frac{S_{n+1}}{u_{n+1}} = -1 \quad .$$

Così dunque si vede intanto che per ogni serie Σu_n esiste una serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ che rende decisivo il criterio del num. 19. Per vedere poi come di queste serie divergenti ne esista un numero infinito per ogni serie Σu_n, supponiamo che $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ sia una di quelle serie divergenti (che ora abbiamo visto esistere) che danno per h_n una espressione avente un limite finito e diverso da zero, e cerchiamo che cosa divenga $\lim h_n$ quando invece di servirsi della serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ ci si serve di un'altra serie pure divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$.

Si osservi perciò dapprima che, con questa serie, si avrà

$$h'_n = \varphi(n)\theta(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1)\,\theta(n+1) \quad ;$$

e poichè colla serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ si ha

$$h_n = \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) \quad , \quad (\lim h_n \text{ finitó e diverso da zero}) \; .$$

così si avrà

$$(7) \qquad h'_n = \theta(n)\,h_n - \varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\} \quad .$$

Ciò posto, si distinguano i tre casi di $\theta(n)$ decrescente indefinitamente col crescere di n; $\theta(n)$ sempre finito e diverso da zero; $\theta(n)$ crescente indefinitamente con n:

1.° Caso $\theta(n)$ decrescente indefinitamente.

In questo caso osserviamo che applicando il criterio del num. 1 alla serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, col prendere $k_n = \theta(n)$, si vede che si dovrà avere

$$\lim\,[\varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\}] = 0$$

poichè la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ è divergente: per questa dalla (7) si avrà

$$\lim h'_n = \lim\,\{\theta(n)\,h_n\} \quad ,$$

e quindi, se h_n ha, come si è supposto un limite finito, la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$, con $\theta(n)$ decrescente indefinitamente, renderà dubbio il criterio poichè si avrà $\lim h'_n = 0$.

2.° Caso: $\theta(n)$ *differente da zero e finito*. In questo caso, applicando il criterio del num. 19 alla serie $\Sigma v_n = \Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$ e servendosi per questo della $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, si vede che si dovrà avere (num. 19)

$$\lim \left[\frac{\varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\}}{\theta(n)} \right] = 0 \quad ,$$

giacchè la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$ è divergente e $\varphi(n)\,v_n = \frac{1}{\theta(n)}$ ha un limite finito.

Dunque, poichè $\theta(n)$ è sempre finito, si avrà anche

$$\lim \left[\varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\} \right] = 0 \quad ,$$

e perciò dalla (7) risulterà ancora

$$\lim h'_n = \lim \{\theta(n)\,h_n\} \quad ;$$

e quindi h'_n avrà un limite finito e diverso da zero come h_n, e la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$ servirà appunto come la $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$.

3.° Caso: $\theta(n)$ crescente indefinitamente con n:

In questo caso dalla (7) si vede subito che, se h_n ha un limite differente da zero e negativo, h'_n avrà per limite l'infinito negativo; e se h_n ha un limite differente da zero e positivo, h'_n avrà per limite l'infinito positivo, giacchè siccome la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$ è divergente, si avrà per essa

$$\lim \frac{\varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\}}{\theta(n)} = 0 \quad ;$$

e quindi, a partire da un certo valore di n, sarà

$$\varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\} < a\,\theta(n) \quad ,$$

essendo a una quantità finita piccola quanto si vuole, e per questa la (7) ci darà

$$h'_n > (h_n - a)\,\theta(n) \quad ,$$

dalla quale evidentemente si deduce che $\lim h'_n = \infty$.

La serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$ serve dunque benissimo anche in questo caso; e con questo e con quanto si è detto nel caso precedente resta evidentemente dimostrato, che per ogni serie Σu_n esistono sempre infinite serie divergenti $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ tali che con esse l'applicazione del criterio del num. 19 riesce decisivo.

Inoltre, dalla discussione che abbiamo fatta risulta che:

1.° Trovata una serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ che renda decisiva l'applicazione del criterio del num. 19 alla ricerca della convergenza o divergenza di una serie data Σu_n, se invece della serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ si userà la serie pure divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$, ove $\theta(n)$ è sempre finito e diverso da zero o cresce indefinitamente con n, il criterio resterà pure decisivo; e se la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ era tale che h_n avesse un limite finito e diverso da zero, la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\,\theta(n)}$ condurrà ad un h_n che avrà un limite ancora finito e diverso da zero se $\theta(n)$ è finita, e che avrà un limite infinito (positivo o negativo) se $\theta(n)$ crescerà indefinitamente con n.

2.° Affinchè una serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ renda decisiva l'applicazione del criterio del num. 19 alla ricerca della convergenza o divergenza di una serie Σu_n, bisognerà che, col crescere di n, $\varphi(n)$ divenga infinita almeno dell'ordine di $\frac{R_n}{u_n}$ se Σu_n è convergente; e divenga infinita almeno dell'ordine di $\frac{S_n}{u_n}$ se Σu_n è divergente.

3.° Se con una serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ si troverà che h_n ha un limite finito e positivo, ciò vorrà dire che la serie Σu_n è convergente e, col crescere di n, il suo resto diviene infinitesimo dell'ordine di $\varphi(n)\,u_n$; e se si troverà che h_n ha un limite finito e negativo, la serie Σu_n sarà divergente, e la sua somma diverrà infinita dell'ordine di $\varphi(n)\,u_n$.

Così per es. se non si sapesse già (numero 6) che la serie $\Sigma \frac{1}{n}$ ha una somma infinita dell'ordine di $\log n$, potremmo dedurlo dalle considerazioni precedenti osservando che per la serie $\Sigma \frac{1}{n}$ il criterio del num. 19 dà $\lim h_n = 1$ quando si prenda $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)} = \Sigma \frac{1}{n \log n}$.

23. Nel paragrafo precedente abbiamo veduto che esistono sempre infinite serie divergenti $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ colle quali l'applicazione del criterio del numero 19 alla ricerca della convergenza o divergenza di una serie Σu_n riesce decisiva. Però queste serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ dipendono dalla natura di Σu_n, ed è anzi facile di vedere che non esiste una serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ tale che il criterio riesca decisivo per qualunque serie Σu_n, o, in altri termini, si ha che: *Qualunque sia la serie divergente* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ *della quale ci si serve, applicando il teorema del* num. 19, *per giudicare della convergenza o divergenza di un' altra serie* Σu_n, *esisteranno sempre delle serie divergenti e delle serie convergenti per le quali* h_n *tenderà a zero mantenendosi sempre positivo fuori del limite.*

Sia infatti $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ una serie divergente qualunque colla quale si applica il teorema del num. 19 alla ricerca della convergenza o divergenza di altre serie. Allora, siccome questa serie $\Sigma v_n = \Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ è divergente, la serie

$$V' = \Sigma v'_n = \Sigma \frac{v_n}{(v_1 + v_2 + \ldots + v_n)^{\mu}} ,$$

sarà divergente (num. 6) per $\mu \leq 1$ e convergente per $\mu > 1$, e pure nell'un caso e nell'altro, qualunque sia $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, h_n sarà positiva e si avrà sempre $\lim h_n = 0$.

Se si pone infatti

$$\sigma_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_n ,$$

si avrà per la serie V'

$$h_n = \varphi(n) \frac{v'_n}{v'_{n+1}} - \varphi(n+1) = \varphi(n) \frac{v_n}{v_{n+1}} \left(\frac{\sigma_{n+1}}{\sigma_n}\right)^{\mu} - \varphi(n+1) ,$$

ovvero

$$h_n = \varphi(n+1)\left(1+\frac{1}{\sigma_n \varphi(n+1)}\right)^{\mu} - \varphi(n+1) \quad :$$

e di qui si vede che h_n è difatti positiva, e se $\mu \leq 1$ si ha evidentemente $\lim h_n = 0$. Se poi $\mu > 1$ per es. $\mu = 2$, si ha ancora

$$h_n = \frac{2}{\sigma_n} + \frac{1}{\varphi(n+1)\sigma_n^2} \,, \qquad \text{e} \qquad \lim h_n = 0 \quad ,$$

giacchè σ_n cresce indefinitamente con n, e $\varphi(n)$ non tende a zero.

Da ciò risulta quanto avevamo enunciato (*).

24. Per il teorema ora dimostrato, si può dunque affermare che, scelta una serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, l'applicazione del criterio del num. 19 ci farà decidere della convergenza e divergenza di alcune serie; ma per altre si troverà

$$\lim h_n = 0 \quad ,$$

e in questi casi, per poter decidere se le serie corrispondenti sono convergenti o no, bisognerà cangiare la funzione $\varphi(n)$ o applicare altri criterj.

Fermiamoci in particolare sul caso in cui si voglia cangiare la funzione $\varphi(n)$. Le considerazioni fatte al num. 22 ci mostrano subito che se, servendosi della serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, si è trovato

$$\lim h_n = 0 \quad ,$$

(*) Il teorema dimostrato è analogo a quello che fu dato da Abel che ci dice che: *non esiste una funzione $\varphi(n)$ tale che la serie Σu_n sia necessariamente convergente se* $\lim \varphi(n) u_n = 0$, *e divergente se* $\lim \varphi(n) u_n$ *è diverso da zero*. Questo, come è noto, si dimostra osservando che, ammesso che questa funzione $\varphi(n)$ esistesse, siccome per la serie $\Sigma v_n = \Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ si ha $\varphi(n) v_n = 1$, così $\varphi(n)$ dovrebbe esser tale che questa serie fosse divergente. Ma allora la serie $\Sigma v'_n = \Sigma \frac{1}{\varphi(n)\sigma_n}$ sarebbe pure divergente e non ostante per questa si avrebbe

$$\varphi(n) v'_n = \frac{1}{\sigma_n} \quad , \quad \lim \varphi(n) v'_n = 0 \quad ;$$

ciò che è contro l'ipotesi.

la serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\theta(n)}$ che converrà prendere perchè il criterio del num. 19 riesca decisivo (e che certo dovrà esistere) dovrà essere tale che $\theta(n)$ cresca indefinitamente con n; e quindi si può dire che: *scelta una serie divergente* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, *se applicando con essa il teorema del* num. 19 *alla ricerca della convergenza o divergenza di un' altra serie* Σu_n, *si troverà il caso dubbio, allora, per potere decidere, converrà prendere invece della serie* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ *un' altra serie ancora divergente* $\Sigma \frac{1}{\psi(n)} = \Sigma \frac{1}{\varphi(n)\theta(n)}$ *i cui termini tendano a divenire infinitamente piccoli rispetto a quelli di* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$.

È così che quando non serva il criterio $\lim \left\{ \frac{u_n}{u_{n+1}} - 1 \right\} \gtrless 0$ bisognerà passare ad un altro $\lim \left\{ \varphi(n) \frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) \right\} \gtrless 0$ nel quale $\varphi(n)$ cresca indefinitamente con n, e sia tale che la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$ sia divergente. Passando allora ad un $\varphi(n)$ ognor più crescente, il criterio finirà per venire decisivo, e le funzioni $\varphi(n)$ le più appropriate saranno successivamente quelle funzioni $\frac{S_n}{u_n}$, $\frac{S_n S'_n}{u_n}, \ldots \frac{S_n S'_n S''_n \ldots S_n^{(p)}}{u_n} \ldots$ e le altre $\frac{S_n}{u_n}, \frac{S_n \operatorname{Log} S_n}{u_n}, \ldots \frac{S_n \operatorname{Log} S_n \operatorname{Log}^2 S_n \ldots \operatorname{Log}^p S_n}{u_n}, \ldots$ che deducemmo al num. 6 da una stessa serie divergente rappresentata ivi con Σu_n.

25. Nella scelta della funzione $\theta(n)$ la quale fa sì che il criterio divenga decisivo, ordinariamente converrà procedere per tentativi. Però può darsi qui una proprietà di questa funzione $\theta(n)$, mediante la quale potranno talvolta risparmiarsi dei tentativi laboriosi e infruttuosi.

Riprendiamo infatti la formola

$$h'_n = \theta_n(n) h_n - \varphi(n+1) \{ \theta(n+1) - \theta(n) \} \quad ,$$

e supponiamo che la serie Σu_n alla quale si applica il criterio sia convergente. È chiaro allora che, siccome la parte $\varphi(n+1)\{\theta(n+1) - \theta(n)\}$ di h'_n è sempre positiva, h'_n non potrà mai avere un limite differente da zero finchè $\theta(n)$ sia tale che $\lim \theta(n) h_n = 0$, e quindi si può dire intanto che, se Σu_n è convergente, affinchè servendosi della serie divergente $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\theta(n)}$ il criterio riesca decisivo, $\theta(n)$ dovrà essere tale che $\lim \theta(n) h_n > 0$.

Se poi Σu_n è divergente, l'imporre a $\theta(n)$ questa condizione non arreca alcuno svantaggio.

Però bisogna osservare che non sempre sarà possibile trovare una funzione $\theta(n)$ tale che $\lim \theta(n) h_n > 0$, e che al tempo stesso la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\theta(n)}$ sia divergente. Ma in questo caso evidentemente la serie Σu_n sarà divergente, e quindi si può concludere che: *Scelta una serie divergente* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, *se con essa si troverà* $\lim h_n = 0$, *la nuova serie divergente* $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)\theta(n)}$ *che converrà scegliere per rendere decisivo il criterio, dovrà essere tale che* $\lim \theta(n) h_n > 0$: *e se questa serie divergente non potrà esistere si potrà subito affermare che la serie* Σu_n *è divergente.*

26. Questa semplice osservazione conduce subito al noto teorema di Gauss che ci dice che: *La serie* Σu_n *nella quale si ha*

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{n^\lambda + a_1 n^{\lambda-1} + \ldots + a_p}{n^\lambda + b_1 n^{\lambda-1} + \ldots + b_q}$$

ove λ *è una costante positiva e* $a_1, a_2 \ldots b_1, b_2$: *sono costanti, è convergente se* $a_1 - b_1 > 1$, *e divergente se* $a_1 - b_1 \leq 1$.

Prendendo infatti, per la serie $\Sigma \frac{1}{\varphi(n)}$, la serie $\Sigma \frac{1}{n}$, si ha

$$h_n = n \frac{u_n}{u_{n+1}} - (n+1) = \frac{(a_1 - b_1 - 1) + \frac{a'_1}{n} + \ldots}{1 + \frac{b_1}{n} + \ldots} \quad ;$$

e di qui si vede intanto che Σu_n è convergente o divergente secondo che $a_1 - b_1 \gtrless 1$.

Nel caso poi di $a_1 - b_1 = 1$, si vede subito, pel teorema precedente, che Σu_n è ancora divergente, giacchè in questo caso h_n tende a zero ed è impossibile trovare una serie divergente $\Sigma \frac{1}{n\theta(n)}$ tale che $\lim \theta(n) h_n > 0$, poichè dalla espressione di h_n si vede che, onde si avesse $\lim \theta(n) h_n > 0$, $\theta(n)$ dovrebbe divenire infinita almeno *del primo ordine* rispetto ad n, e allora la serie

$\Sigma \frac{1}{n\,\theta(n)}$ verrebbe convergente poichè le serie $\Sigma \frac{1}{n^{1+\mu}}$ sono tutte convergenti qualunque sia la costante positiva μ.

27. Notiamo che al modo stesso si vede anche che: *La serie Σu_n nella quale si ha*

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{n^{\lambda} + a_1 n^{\lambda_1} + a_2 n^{\lambda_2} + \ldots + a_p n^{\lambda_p}}{n^{\lambda} + b_1 n^{\lambda_1} + b_2 n^{\nu_2} + \ldots + b_q n^{\nu_q}} \quad ,$$

ove gli esponenti sono costanti e in ordine decrescente, e i coefficienti a e b sono funzioni di n che non crescono indefinitamente con n, sarà convergente o divergente secondochè

$$\lim (a_1 - b_1) \gtrless 1 \quad ;$$

e sarà divergente anche quando

$$\lim (a_1 - b_1) = 1 \quad ,$$

purchè $a_1 - b_1 - 1$ col crescere indefinitamente di n divenga infinitesimo di ordine finito rispetto ad $\frac{1}{n}$.

Esempio: Si consideri la serie

$$\Sigma u_n = \Sigma \frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots n}{(n+k_n)(a_1+1)(a_2+2)\ldots(a_n+n)} \quad ,$$

ove le k_n ed a_n sono funzioni finite di n: si avrà per essa

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{(a_{n+1}+n+1)(n+1+k_{n+1})}{(n+1)(n+k_n)} = \frac{n^2+(k_{n+1}+a_{n+1}+2)n+(a_{n+1}+1)(k_{n+1}+1)}{n^2+(k_n+1)n+k_n} \, ,$$

e quindi, seguendo le notazioni precedenti, sarà

$$a_1 - b_1 = 1 + k_{n+1} - k_n + a_{n+1} \quad ;$$

e se k_n è una funzione finita e determinata, si avrà

$$\lim (a_1 - b_1) = 1 + \lim a_{n+1} \quad ;$$

e perciò la serie in questione *sarà convergente se* a_n *è una funzione finita e sempre positiva di* n, *e sarà divergente quando* a_n *è sempre negativa, e anche quando* a_n *tende a zero purchè in questo caso l'espressione* $k_{n+1} - k_n + a_{n+1}$, *tendendo a zero, divenga infinitesima di ordine finito rispetto ad* $\frac{1}{n}$.

Prendendo $k_n = k = \text{cost.}$, $a_n = a = \text{cost.}$, si ha con Gauss, che la serie

$$\Sigma \frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots n}{(n+k)(a+1)(a+2)\ldots(a+2)}$$

è convergente se a è positiva, divergente negli altri casi.

Prendendo

$$k_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{\log n}\,,\quad a_n = \frac{\log\left(1+\frac{1}{n-1}\right)}{\log(n-1)\log n} = \frac{1}{\log(n-1)} - \frac{1}{\log n}\,,$$

si ha che la serie

$$\Sigma \frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots n}{\left(n+\frac{1}{n}+\frac{1}{\log n}\right)\left(\frac{\log(1+\frac{1}{2})}{\log 2 \log 3}+3\right)\left(\frac{\log(1+\frac{1}{3})}{\log 3 \log 4}+4\right)\ldots\left(\frac{\log(1+\frac{1}{n-1})}{\log(n-1)\log n}+n\right)}$$

è divergente.

28. Supponendo che nella serie Σu_n si abbia

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = 1 + \frac{g}{n} + \frac{g'}{n^2} + \ldots.$$

cogli stessi teoremi si trova che *essa è convergente o divergente secondochè* $\lim g \lessgtr -1$, *ed è pure divergente quando* $\lim g = -1$ *purchè l'ordine di infinitesimo di* $g+1$ *sia finito*.

In questo caso infatti si ha

$$h_n = n\frac{u_n}{u_{n+1}} - (n+1) = \frac{u_n}{u_{n+1}}\left\{n-(n+1)\frac{u_{n+1}}{u_n}\right\} = \frac{u_n}{u_{n+1}}\left\{-g-1-\frac{g'}{n}\ldots\right\}$$

e secondochè $\lim g \lessgtr -1$ la serie è convergente o divergente; se poi $\lim g = -1$.

e $g+1$ diviene infinitesimo di ordine finito rispetto ad $\frac{1}{n}$, è impossibile trovare una serie divergente $\Sigma \frac{1}{n\theta(n)}$ tale che $\lim \theta(n) h_n > 0$, e quindi Σu_n è divergente.

29. Termineremo questo lavoro col dimostrare il seguente teorema: *Se Σu_n è una serie divergente i cui termini sono positivi e non crescono indefinitamente con n, e se $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$, sono quantità che non tendono a zero e tali che a partire da un certo valore di n i binomj $(1-\alpha_n u_n)$ siano tutti positivi, la serie*

$$\Sigma v_n = \Sigma u_n (1-\alpha_1 u_1)(1-\alpha_2 u_2)\ldots(1-\alpha_n u_n)$$

è convergente o divergente secondochè a partire da un certo punto le quantità α sono positive o negative.

Osserviamo infatti che per essa si avrà

$$h_n = \varphi(n)\frac{v_n}{v_{n+1}} - \varphi(n+1) = \frac{\varphi(n)\, u_n}{u_{n+1}(1-\alpha_{n+1}u_{n+1})} - \varphi(n+1) \quad ,$$

ovvero

$$h_n = \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) + \alpha_{n+1}\frac{\varphi(n)\, u_n}{1-\alpha_{n+1}u_{n+1}} \quad ;$$

E poichè, la serie Σu_n è divergente, si potrà prendere

$$\varphi(n) = \frac{u_1+u_2+\ldots+u_n}{u_n} = \frac{S_n}{u_n} \quad ;$$

e allora si avrà

$$\lim \varphi(n)\, u_n = \infty \quad , \quad \varphi(n)\frac{u_n}{u_{n+1}} - \varphi(n+1) = -1 \quad ;$$

e quindi, nelle ipotesi fatte, sarà

$$\lim h_n = \pm\infty$$

secondochè le α_n sono positive o negative; e questo evidentemente dimostra il teorema.

Prendendo $u_n = \frac{1}{n}$, $= \frac{1}{n \log n}$, $= \frac{1}{n \log n \log^2 n}$, ..., $\alpha_n = k =$ cost.; si può dunque subito dire: che *le serie*

$$\Sigma \frac{1}{n}\left(1 - \frac{k}{1}\right)\left(1 - \frac{k}{2}\right)\cdots\left(1 - \frac{k}{n}\right) ,$$

$$\Sigma \frac{1}{n \log n}\left(1 - \frac{k}{2 \log 2}\right)\left(1 - \frac{k}{3 \log 3}\right)\cdots\left(1 - \frac{k}{n \log n}\right) ,$$

$$\Sigma \frac{1}{n \log n \log^2 n}\left(1 - \frac{k}{2 \log 2 \log^2 2}\right)\left(1 - \frac{k}{3 \log 3 \log^2 3}\right)\cdots\left(1 - \frac{k}{n \log n \log^2 n}\right) ,$$

. . . .

sono convergenti se k è positiva, e divergenti se k è negativa o nulla (Catalan, Traité sur les séries pag. 25).

È da notarsi che siccome, se la serie Σu_n è convergente, e se le α_n sono positive, la serie Σv_n è evidentemente convergente, così per questo e pel teorema precedente si può anche dire che: *Essendo* $u_1, u_2, u_3, \ldots u_n, \ldots$ *quantità qualunque positive e finite, la serie*

$$\Sigma u_n (1 - \alpha_1 u_1)(1 - \alpha_2 u_2) \ldots (1 - \alpha_n u_n)$$

sarà convergente se le α_n *saranno positive e non tenderanno a zero, e se a partire da un certo punto si avrà* $\alpha_n u_n < 1$.

NOTA

1. La prima parte del teorema del num. 1 può dimostrarsi ben semplicemente nel seguente modo.

Sia k_n la funzione considerata nel num. 1 che decresce continuamente e indefinitamente col crescere di n; la serie

$$\Sigma(k_n - k_{n+1}) = (k_0 - k_1) + (k_1 - k_2) + (k_2 - k_3) + \ldots + (k_{n-1} - k_n) + (k_n - k_{n+1}) + \ldots$$

avrà i suoi termini positivi, e sarà evidentemente convergente; e quindi tale sarà pure la serie

$$\Sigma \frac{(k_n - k_{n+1})}{a} = \frac{k_0 - k_1}{a} + \frac{k_1 - k_2}{a} + \frac{k_2 - k_3}{a} + \ldots + \frac{k_{n-1} - k_n}{a} + \frac{k_n - k_{n+1}}{a} + \ldots$$

ove a è una costante positiva piccola quanto si vuole.

Consideriamo ora la serie a termini positivi Σu_n; essa sarà convergente se a partire da un certo punto avrà i suoi termini minori dei corrispondenti della serie precedente, vale a dire se a partire da un certo valore di n si avrà

$$u_{n+1} < \frac{k_n - k_{n+1}}{a} \quad .$$

Ma questa diseguaglianza (come dicemmo anche nel numero 1) equivale all'altra

$$\frac{k_n - k_{n+1}}{u_{n+1}} > a \quad ,$$

ovvero

$$\frac{k_n - k_{n+1}}{u_{n+1}} > 0 \quad ,$$

poichè a è arbitrariamente piccola; quindi se ne conclude che *la serie* Σu_n *sarà convergente se l'espressione*

$$\frac{k_n - k_{n+1}}{u_{n+1}}$$

avrà un limite differente da zero; e questa è appunto la prima parte del teorema del numero 1.

2. Passerò adesso a dare quì il seguente teorema:

Se Σu_n *è una serie a termini positivi e decrescenti; se* $\psi(n)$ *è una funzione positiva di n che ha valori interi per i valori interi di n, che cresce indefinitamente con n ed è tale che il rapporto* $\frac{\psi(n+1)}{\psi(n)}$ *abbia un limite maggiore dell'unità e finito; se* $\varphi(n)$ *è un' altra funzione positiva di n che col crescere di n cresce anch' essa indefinitamente ma in modo che il rapporto* $\frac{\varphi(n)}{\psi(n)}$ *tenda verso una quantità finita differente da zero* (*); *le due serie*

$$U = \Sigma u_n \quad , \quad U' = \Sigma \varphi(n) u_{\psi(n)}$$

saranno convergenti e divergenti insieme.

Questo teorema comprende come caso particolare un teorema dato già dal Cauchy, e può dimostrarsi nel modo seguente.

Osserviamo che, nelle ipotesi che abbiamo fatte, esisterà sempre un valore finito e differente da zero a tale che si abbia, qualunque sia n,

$$(1) \qquad \varphi(n) u_{\psi(n)} > a \{ u_{\psi(n)+1} + u_{\psi(n)+2} + \dots + u_{\psi(n+1)} \} \quad ;$$

giacchè, se poniamo in questa in luogo delle u del secondo membro la quantità maggiore $u_{\psi(n)}$, si vede che onde sia soddisfatta questa diseguaglianza basta che lo sia l'altra

$$\varphi(n) u_{\psi(n)} > a \{ \psi(n+1) - \psi(n) \} u_{\psi(n)} \quad ;$$

e quindi basta prendere

$$a < \frac{\varphi(n)}{\psi(n+1) - \psi(n)} \quad ,$$

(*) Vale a dire le due funzioni $\varphi(n)$ e $\psi(n)$ col crescere indefinitamente di n devono divenire infinite dello stesso ordine.

ovvero

$$a < \frac{\frac{\varphi(n)}{\psi(n)}}{\frac{\psi(n+1)}{\psi(n)} - 1} \quad ;$$

e se $\frac{\varphi(n)}{\psi(n)}$ non ha per limite zero, e $\frac{\psi(n+1)}{\psi(n)}$ non ha per limite l'infinito si potrà evidentemente sempre prendere per a un valore finito e differente da zero tale che quest' ultima diseguaglianza e quindi anche la (1) resti soddisfatta qualunque sia n.

Ciò posto, si cangi nella (1) n in $1, 2, 3, \ldots n$ e si sommi; si otterrà

$$U'_n > U_n \quad ;$$

e se ne concluderà che se la serie U' è convergente lo sarà pure la serie U, e se la U è divergente lo sarà pure la U'.

Così una parte del teorema è già dimostrata. Per dimostrare ora l'altra parte, osserviamo che esisterà sempre un valore finito e differente da zero b tale che si abbia

$$(2) \qquad \varphi(n)\, u_{\psi(n)} < b\{u_{\psi(n-1)+1} + u_{\psi(n-1)+2} + \cdots + u_{\psi(n)}\} \quad ;$$

poichè basterà per questo che si abbia

$$\varphi(n)\, u_{\psi(n)} < b\{\psi(n) - \psi(n-1)\}\, u_{\psi(n)} \quad ;$$

e quindi basterà prendere

$$b > \frac{\frac{\varphi(n)}{\psi(n)}}{1 - \frac{\psi(n-1)}{\psi(n)}} \quad ;$$

e se $\frac{\varphi(n)}{\psi(n)}$ non tende verso l'infinito, e $\frac{\psi(n+1)}{\psi(n)}$ non tende verso l'unità si potrà sempre prendere per b un valore finito e differente da zero che soddisfi a quest'ultima condizione e quindi anche alla (2).

Ora dalla (2), cangiandovi n in $1, 2, 3, \ldots n$ e sommando, si ottiene

$$U'_n < b\, U_n \quad ,$$

e se ne conclude che se la serie U è convergente lo è pure la U', e se la serie U' è divergente lo è pure la U. Il teorema dunque è dimostrato.

Dal teorema precedente si deduce in particolare il seguente: *Se* Σu_n *è una serie a termini positivi e decrescenti, e se* $\varphi(n)$ *è una funzione positiva di n che ha valori interi pei valori interi di* n, *che cresce indefinitamente con* n, *ed è tale che il rapporto* $\frac{\varphi(n+1)}{\varphi(n)}$ *abbia un limite finito e maggiore dell'unità, le due serie*

$$\Sigma u_n \quad , \quad \text{e} \quad \Sigma \varphi(n) u_{\varphi(n)}$$

saranno convergenti e divergenti insieme.

Prendendo in particolare $\varphi(n) = v^n$, ove v è un numero intero positivo maggiore dell'unità, si ha il teorema di Cauchy, vale a dire si ha che: *Se* Σu_n *è una serie che ha i suoi termini positivi e decrescenti, le due serie*

$$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots,$$
$$u_0 + v\,u_v + v^2 u_{v^2} + \ldots + v^n u_{v^n} + \ldots,$$

ove v *è un numero intero positivo maggiore dell'unità, sono convergenti e divergenti insieme.*

È con questo teorema che si fa vedere ordinariamente la convergenza o divergenza delle serie logaritmiche

$$\Sigma \frac{1}{n \log n \log^2 n \ldots . \log^{r-1} n (\log^r n)^\mu} \quad ,$$

che noi studiammo in altro modo al num. 9.

Fig. 1.

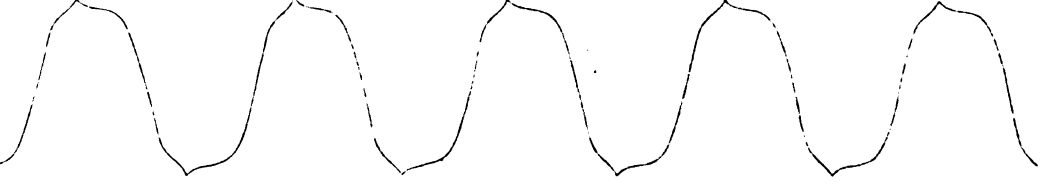


Fig. 2.

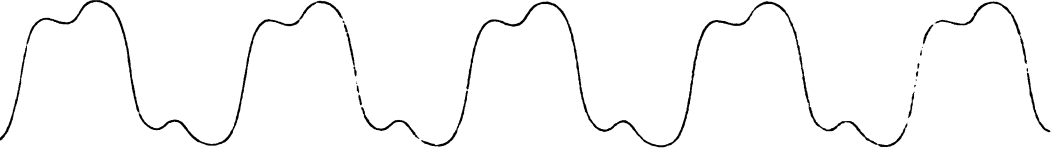


Fig. 3.

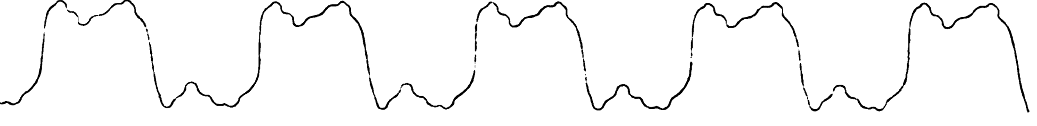
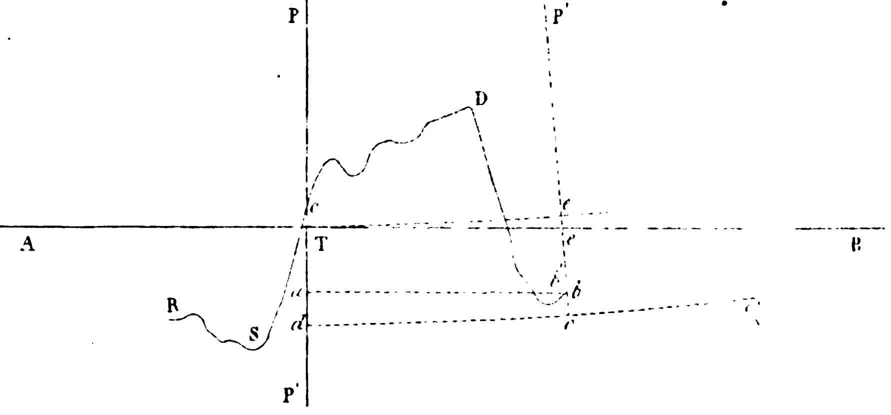


Fig. 4.



ESPERIENZE

PER DETERMINARE

LA LEGGE DI OSCILLAZIONE

DI UN CORPO ELASTICO

DI RICCARDO FELICI

---

1. Descriveremo quì alcune esperienze che hanno lo scopo di rendere, nei corsi scolastici ordinarii, facile e chiara la esposizione di molte leggi dell'acustica. Questa parte della fisica fece in questi ultimi tempi de' progressi notevoli; e per la parte teorico-esperimentale relativa alla percezione de' suoni, l'Helmohltz ci diede un bel libro, ove egli riassunse non solamente i lavori suoi propri, ma anche, e con grande erudizione, la storia di quella parte della Fisica che interessa ad un tempo il Fisico, il Matematico, il Fisiologo, e la scienza della composizione musicale per ciò che riguarda l'armonia; la quale ormai più non dovrebbe essere una sola raccolta di esempi, e di regole empiriche.

Mi approfittai di quel libro per il Corso di Acustica in questa Università; ed il maggior numero de' miei Scolari essendo di Medicina, dovetti, per facilitare le discussioni de' fenomeni, fare appunto come l'Helmohltz; cioè dovei alla considerazione delle funzioni periodiche, che esprimono la legge dell'oscillazione di un corpo elastico, sostituire la rappresentazione grafica di quella legge, ossia il disegno della curva di oscillazione. Così per la chiarezza delle mie lezioni mi conveniva di ottenere in lezione senza perdite di tempo, facilmente le curve di oscillazione esattamente disegnate o *proiettate* quali sono realmente ne' diversi casi; e sufficientemente grandi e con luce assai viva per essere visibili ad un tempo da tutti. Ma i metodi di Duhamel, Wertheim e Lissajous, non soddisfacevano bastantemente a tutte quelle condizioni. Come è noto (1) quei primi due Fisici fanno

(1) Jamin. Cours de Physique 1859. Mallet Bachelier. T. II. pagg. 448-49.

ruotare attorno al proprio asse di figura un disco od un cilindro di vetro, o di metallo coperto di carta, e coperto da uno strato leggiero di nero fumo. Al corpo sonoro, che è quasi sempre un *corista,* ossia un *diapason,* si attacca un corto e sottile filo di vetro, o una *barba di piuma,* in direzione normale al piano di oscillazione dell' istrumento, e in modo che oscillando sfiori, levando il nero fumo e lasciando scoperto il bianco della carta, quella superficie ruotante ed affumicata, che deve rimanere paralella all' anzidetto piano. Ma la curva sinuosa che così si ottiene su quella superficie, è soggetta a troppi errori variabili e casuali, è troppo grossolanamente disegnata, ed ha le sinuosità troppo piccole per servire al nostro intento; e poi quel filo, o stiletto disegnatore del corpo sonoro, richiede cure che possono cagionare perdite di tempo gravi fra le esperienze di una stessa lezione. Perciò un simil metodo non è realmente vantaggioso che per sapere i numeri delle oscillazioni di un dato suono, che si giudicano solo dal numero delle sinuosità della curva; e a quest' oggetto si sa ch' è stato utilizzato, per il caso anche de' tubi, con il Fonautografo di Scott e Koenig.

Il metodo del Lissajous [1], ingegnoso e utilissimo, consiste, com' è noto, nel far riflettere un raggio luminoso da un piccolo specchietto che è fissato sulla estremità di una delle branche di un corista; onde se il corista vibra, il punto luminoso che dal raggio riflesso, se fosse immobile, sarebbe formato su di una parete bianca della camera tenuta oscura, si cangia in una lineetta: e se quel raggio va, prima d' incontrare quella parete, a riflettersi di nuovo sopra un altro specchietto di un altro corista vibrante, la lineetta si cangia in una linea curva chiusa la di cui forma può determinarsi *a priori*, giacchè si conosce il modo di vibrazione de' diapason. Se uno de' diapason è rimpiazzato da un corpo sonoro che possa nella sua parte oscillante sopportare uno specchietto, senza che ne rimanga alterata la sua legge di oscillazione, la forma della curva luminosa dà il modo di calcolare, o di costruire graficamente la curva di oscillazione di quel secondo istrumento. Questo metodo è principalmente utile nei corsi, per rendere visibile la curva che risulta dalla composizione di due movimenti vibratorii, ch' è ciò che si può fare sempre bene con de' coristi. Se avessi voluto solo fare degli studi particolari sulle curve di oscillazione, quel metodo in molti casi mi avrebbe potuto essere utile, quando avessi rinunziato a projettar quelle curve complesse, e le avessi invece ottenute nel campo di un cannocchiale, come fece il Lissajous, e come è indicato anche nel citato libro dell' Helmohltz. Ma nel caso mio, cioè nelle condizioni che dissi, quel metodo non mi poteva essere utile; massime dovendo trattar il caso di una corda elastica, alla quale non si può attaccare uno specchietto. Conveniva dunque che io pensassi a qualche altro mezzo; e mi decisi per il seguente.

[1] Jamin: pagg. 526-27-28.

2. La *curva di oscillazione,* è quella le di cui ascisse sono proporzionali ai tempi, e le ordinate sono proporzionali alle successive distanze del punto oscillante che si considera dalla sua posizione naturale di riposo. Ciò posto abbiasi una corda sottile ed elastica, tesa come in un sonometro, ed abbastanza lunga perchè anche quando vibra una piccola parte del suo mezzo possa sensibilmente ritenersi come rettilinea; e supponiamola orizzontale. Abbiasi anche una sottile fenditura verticale praticata in un piano verticale opaco e paralello alla corda, che gli deve esser vicina il più che si possa, fino a che oscillando non lo tocchi. Il piano orizzontale condotto dalla posizione di riposo della corda tagli normalmente, e per metà, la fenditura. Ciò posto diamo al piano opaco che porta la fenditura, e perciò alla fenditura stessa, un movimento orizzontale ed uniforme paralello alla corda, così che la fenditura rimanga sempre verticale, e col suo punto di mezzo sempre sullo stesso piano orizzontale della posizione di riposo della corda. Se la velocità della fenditura non sarà troppo piccola, se essa sarà illuminata dalla luce diffusa del cielo, o meglio da un fascio di raggi solari diretti da un eliostata normalmente al piano opaco; e se nel campo osservato, a quella fenditura ne succederanno altre simili con uguali velocità, pel solito fenomeno dovuto alla persistenza delle immagini nell'occhio, guardando a distanza e con l'occhio all'incirca nel piano orizzontale della corda, in luogo di una linea lucida tagliata nel suo mezzo da un punto nero, vedremo una striscia chiara paralella alla corda; sopra la quale striscia, alta verticalmente quanto la fenditura, si projetterà allo sguardo come fosse una linea orizzontale e nera la corda stessa. Ma se mentre che le fenditure si muovono, si muove ed oscilla la corda sonora, sempre, per la detta persistenza delle immagini, noi vedremo, su quella larga striscia luminosa, projettata una linea sinuosa ma regolare, che sarà il luogo geometrico apparente di tutti i successivi punti d'intersezione della corda con la fenditura; e potendosi, il non grande tratto di corda che si osserva considerare come rettilineo, ne seguirà che quella linea sinuosa sarà appunto la cercata curva di oscillazione. Di questa curva le figure I, II, III, della Tavola ne mostrano alcune forme singolari. Resta ora a completare l'apparecchio.

Io presi un disco di 20 cent. di raggio, fatto con cartoncino di Bristol o di vetro reso opaco con una vernice, o meglio ancora di metallo, e vi tagliai un certo numero di fenditure nelle direzioni de' raggi, cominciando dalla periferia, lunghe quattro centimetri, e larghe uno o due millimetri, equidistanti fra di loro; e poi lo adattai sopra un movimento di orologieria, mandato da un peso, che gli faceva fare circa un giro e mezzo al secondo. Il disco era così collocato vicino e paralello alla corda, in modo che le sue fenditure passando a questa vicino fossero nelle condizioni della fenditura di cui abbiamo già discorso. Vero è che sebbene il raggio del disco sia grande, relativamente alla porzione di corda, e all'estensione del campo in cui si considerano le sinuosità della curva di oscillazione, pure entro a questi limiti vi è nel disegno di questa curva da valutare l'errore, proveniente

da che la fenditura non ha che una posizione sola in cui è normale esattamente alla posizione di riposo della corda.

Una lente, o un sistema di due lenti, a corto foco, ha il suo asse ottico orizzontale e normale alla corda. Posta la fenditura, ossia una delle fenditure del disco, esattamente verticale, ossia esattamente normale al piano orizzontale della corda, il piano verticale che la contiene, e che taglia la corda normalmente e per metà, conterrà pure quell'asse ottico orizzontale. La distanza focale di quel sistema di lenti da me adoperato è di circa cent. 20; il diametro della lente più grande, la quale rimaneva più vicina alla corda ed al disco, è di circa quattro centimetri; la distanza di questa lente dalla corda è, in media, di centimetri sei; e quella della corda dal disco di circa un centimetro.

Il raggio di un eliostata è mandato nella direzione stessa dell' asse ottico del sistema; e regolando la distanza del sistema dalla corda, si ottiene ingrandita assai l' immagine della corda e della fenditura sopra una tela, o sopra un piano bianco verticale ad una distanza qualunque. Se la corda vibra, e se il disco ruota, si vede la curva di oscillazione disegnata su quel piano, con le sue sinuosità regolari, e che possono essere di molti centimetri di ampiezza, in guisa da essere visibili anche da un numeroso uditorio, e senza bisogno di far molta oscurità nella sala.

La corda di cui feci più uso era lunga metri 1,50 ed era di quelle più sottili da piano-forte. La tendevo sopra una specie di sonometro, e generalmente in modo che mi dasse il *la* di 512 oscillazioni semplici.

3. Se si fa la esperienza a caso, vale a dire senza alcuna avvertenza in più di quelle che abbiamo dette, le curve di oscillazione non sembreranno immobili ma dotate di un moto di traslazione a destra o a sinistra dell' osservatore; tal moto non sarà rapido, anzi generalmente lento, e se la velocità del disco non sarà costante, o se la corda, stirandola per farla oscillare, potrà cedere alcun poco, il moto di traslazione delle sinuosità della curva sarà variabile tanto in velocità che in direzione. Ciò si spiega facilmente osservando che la prima fenditura che passa davanti alla corda ci dà da sè sola una prima curva di oscillazione, e la seconda fenditura ci dà un' altra curva uguale alla prima, ma queste due curve non coincideranno esattamente, se la seconda fenditura non si troverà nel campo dell' apparecchio nelle stesse posizioni che avea la prima, mentre la corda era relativamente nelle stesse fasi di vibrazione. Egli è dunque chiaro che a volere quelle curve immobili bisogna che il numero delle fenditure, che incontrano in un secondo di tempo l' asse ottico dell' apparecchio, sia uguale o sia un divisore esatto del numero di oscillazioni della corda nello stesso tempo. La mancanza di questa esatta relazione può condurre, alle volte, ad effetti diversi; come ad esempio può far apparire più curve ad un tempo, abbenchè generate successivamente.

Per tutte queste cose il meglio è di tendere la corda con dei pesi, e non

come quelle di un piano-forte; ed aggiungendo o levando pesi presto si arriva a tenere immobili le curve, se la ruotazione del disco è uniforme esattamente. Se si comincia per esempio dall' aggiungere pesi, si vedrà ritardare il moto di traslazione delle curve, fino a che diverranno immobili; e continuando ad aggiunger pesi prenderanno a muoversi in senso opposto al primo, e via dicendo.

La parte più difficile dell'apparecchio è certamente il movimento di orologieria del disco; ma siccome si tratta di un moto lento, si può assicurare il disco ad una delle ruote mediane di un roteggio, e non alla più piccola e più veloce. Così si avrà bastante garanzia, pèr la mediocre spesa e per la uniformità del moto. Per le mie lezioni non avevo un buon roteggio; ma siccome è molto facile far capire la ragione dal moto di traslazione delle curve, e, anche girando a mano un disco, si può ridurre lento quel moto, potei sempre servirmene.

Facilmente s' intende come l' apparecchio quì descritto possa anche servire per la misura del numero delle oscillazioni di un corpo elastico; infatti per conoscere quel numero basterà di sapere la velocità di ruotazione del disco, e il numero delle sinuosità della curva comprese in un dato numero di gradi percorsi dalla fenditura. Per tale oggetto si potrà tenere la detta fenditura immobile in due posizioni diverse del campo che si projetta sul piano (*écran*) nel quale si devono osservare le curve; e vi si traccieranno le immagini della fenditura, corrispondenti così ad un angolo che si leggerà facilmente sullo stesso disco. Per questa ricerca sarà meglio dare un moto più lento al disco, onde sia grande il numero delle sinuosità comprese in quell'angolo; e perciò bisognerà avere molte fenditure. Cosi si potrà con molta evidenza, e in poco tempo, trovare nel tempo di una lezione i rapporti fra i numeri delle vibrazioni della scala musicale.

4. Una delle cose che finora in una lezione non si sono potute ancora chiaramente dimostrare esperimentalmente, è la dipendenza fra il *colore,* o *metallo* del suono e la legge della oscillazione dell'istrumento; ma col nostro apparecchio nulla vi è di più facile. Prima di tutto è facile di far osservare che il metallo del suono dato da una corda, varia a seconda che la corda è pizzicata nel mezzo, o più o meno lontano dagli estremi, e a seconda del modo che si adopera per farla vibrare; vale a dire alzandola fra le due dita e poi lasciandola libera, oppure sollevandola con una sottile punta di ferro, o con un uncino appuntato, o con un' unghia, o percotendola col martellino di un tasto da pianoforte, o con un martellino rotondo guarnito di pelle, oppure con uno spigolo di legno o di metallo. E sarà subito fatto il mostrare che, quando non varia nè il punto eccitato della corda, nè il modo di eccitazione, rimane pure invariata la curva di oscillazione, e con essa il *colore,* ossia il *metallo* del suono. Le figure I, II e III della Tavola rappresentano le curve di oscillazione della corda scossa respettivamente ne' tre punti che sono distanti un *terzo,* un *sesto,* o un *dodice-*

simo, da un' estremità; sollevandola solamente fra due dita, e poi lasciandola a sè stessa. Così si vede che più la corda è scossa in un luogo lontano dal suo mezzo, cioè più vicino ad un estremo, e più è complicata la curva di oscillazione, come più acuto fino ad esser *ingrato* diventa il metallo del suono. L'effetto di un largo martellino che urti la corda contemporaneamente in una maggior superficie, è di far vibrare la corda come se fosse scossa nel suo mezzo; e le curve più bizzarre e complicate si hanno con martellini a taglio acuto, e percotendo la corda lontano dal suo mezzo. Non ho, e non era nel mio scopo, fatte esperienze molte su questo soggetto; ma mi parve che la curva di oscillazione di una corda non rimanesse simile esattamente a sè stessa, dal primo istante in cui cominciava fino a che si estingueva il suono; e mi parve che dal primo istante in poi il suono divenisse in ogni caso più *grato,* ossia più dolce il suo metallo, e che in pari tempo la curva divenisse meno strana avvicinandosi sempre più alla forma pendolare.

Se in luogo di una corda si vuol studiare un corista, o un altro strumento, conviene adattargli un leggiero e rigido filo, o stile, che possa muoversi insieme con la massa vibrante, come si usa col metodo di Duhamel, solamente nel nostro caso non vi saranno nella curva di oscillazione gli errori inevitabili in quel metodo. E mi pare che sarà facile anche il sostituire, nel Fonautografo di Scott e Koenig, il nostro apparecchio al cilindro di Duhamel.

La vicinanza del disco al corpo vibrante potrebbe impedire la esperienza nel caso che non si trattasse di una corda solamente, ma fosse per esempio un istrumento ad arco. In questo caso bisogna tenere il disco lontano dal sistema di lenti, amplificatore delle immagini, e mettere un' altra lente fra questo sistema e il disco in modo da avere bastantemente grande l'immagine *reale* della fenditura nel luogo dove deve stare, ad esempio, la corda del violino che si vorrà far suonare adoprando l'arco.

5. Quando il disco si muove con perfetta uniformità non è difficile il disegnare sopra un foglio di carta quelle curve; ma per ottenerle facilissimamente esattissime, e con poca noja e fatica, basta adoperare la fotografia. Io ho un sistema composto, di Woitglander a cortissimo foco, per lastra intera, e che, almeno tre anni sono, era notato per 400 franchi in catalogo. Misi questo sistema dietro al primo, lontano circa mezzo metro, o un poco più dalla corda, e in modo che i due sistemi avessero i loro assi ottici sulla stessa linea retta: così avevo nella camera oscura, del sistema di Woitglander, una immagine delle curve di oscillazione disegnata in un campo circolare grande circa quattro centimetri; e avrei ottenuta una immagine più grande, ma non si poteva allungar molto la mia camera oscura, perchè era costruita per gli usi ordinarii della Fotografia. Adoperai il Collodion iodurato del commercio, sufficientemente rapido, abbenchè non avessi bisogno di molta rapidità; e sviluppavo la immagine con una debole soluzione di protosolfato

di ferro, resa acida da una o due goccie di acido solforico, e non ebbi mai a ricorrere ad altre soluzioni per rinforzar la immagine.

Per aprire e chiudere l'obbiettivo, e regolare così la durata dell'esposizione della lastra di vetro preparata, è necessario di combinare un modo che limiti quella durata al tempo che è impiegato da una fenditura per passare nel campo dell'apparecchio. Altrimenti sarebbe indispensabile l'avere per il disco un movimento di orologieria esattissimo, cosa che non si può trovare sempre in un gabinetto di fisica; e poi, quand'anche vi fosse quel movimento, una più lunga esposizione annerirebbe la lastra intieramente, e non si vedrebbero più le curve. Però alle volte succede che l'obbiettivo si trova chiuso prima che la fenditura abbia fatta la sua intera corsa nel campo, e che si apra prima che la fenditura vi sia comparsa, il che fa sì che la immagine non rimanga intera. Del resto questo è un mezzo molto comodo, perchè dispensa da molte cure per rendere immobili le curve, e dispensa dalla noja di lucidarle su carta trasparente, stando il disegnatore in una posizione non buona per fare un disegno esatto; tanto più che in molti casi, diminuendo troppo rapidamente l'ampiezza della oscillazione, aumenterebbero le difficoltà.

Le curve I, II e III che si vedono nella Tavola sono state appunto disegnate, facendone prima la immagine con la fotografia, e poi con l'*apparecchio d'ingrandimento* di Duboscy prendendone la *positiva*. Dopo furon semplicemente lucidate; se non che io ottenni sulla *negativa* un numero minore di sinuosità della curva, di quelle che furon riportate nella Tavola.

Per avere nell'immagine delle curve la linea di riposo, tesi accanto alla corda vibrante un'altra corda sottile; ma siccome la vibrazione di quella mi metteva in vibrazione questa seconda, vi appoggiavo un filo verticale teso da un piccolo peso il che serviva per tenerla ferma. Questa osservazione mostra che si potrà approfittare del nostro apparecchio per studiare e far vedere in lezione la comunicazione de' movimenti vibratorii, anche quando le due corde sono ben lontane dall'*unissono*.

Se la fenditura fosse un poco troppo grande le immagini che si otterrebbero con la fotografia sembrerebbero sottili nastri diversamente ripiegati sopra sè stessi, come si vedono talvolta fatti lungo i muri dai pittori di stanze. Ciò avviene perchè allora la grossezza de' tratti delle curve sarebbe troppa, e perchè in tutti i punti della curva l'azion chimica non ha la stessa intensità; infatti la velocità di oscillazione della corda cangia ad ogni istante; e dove essa è minima, cioè ne' punti più elevati delle sinuosità, l'azione è più debole, e quindi nella negativa la curva è più decisamente accennata dalla trasparenza della lastra; così è, per tutti i riguardi, necessario di tenere sottile e la fenditura e la corda, ma almeno la fenditura. La sottigliezza della fenditura è indispensabile anche per fare al disegno della curva la correzione, che accennammo doversi fare e che ora per ultimo diremo.

6. In conseguenza del moto ruotatorio della fenditura la immagine che se ne può avere nel campo dell'apparecchio, e nella lastra iodurata, è variamente inclinata sulla immagine A B della linea di riposo della corda, Fig. IV, della Tavola; e per sapere le sue diverse posizioni bisogna conoscere il centro del circolo del quale essa è un raggio. Or quando la fenditura è assai sottile (perchè le linee di oscillazione siano ben sottili e perciò esatte) il campo su cui queste appariscono, nella immagine presa con la fotografia, non è mai esattamente uniforme, ossia di una sola tinta, e appare striato da tante fine linee che sono archi di circolo che partono dallo stesso centro che ora appunto cerchiamo. La causa di quelle linee è la polvere, od i piccoli peli che si depositano sui bordi, od anche le piccole variazioni di larghezza della fenditura; e si possono anche generare di quelle linee in determinati luoghi del campo, applicando normalmente alla fenditura, de' sottili fili di argento. Ciò posto è sempre facile il ritrovare quel centro; e questo punto non si trova nella Fig. IV, ma rimane superiormente alla figura. Le linee O P', P P' partono da quel centro e sono due posizioni differenti della fenditura; P P' è normale alla linea di riposo A B. La posizione del centro stesso si potrebbe anche determinare in altro modo; cioè prendendo nella camera oscura l'immagine della verticale che passa per il centro del disco, del quale si conosce il raggio e misurando l'ingrandimento totale dovuto alle lenti.

La linea *R s c D b* è una delle curve di oscillazione, nel caso in cui la corda è eccitata a circa $\frac{1}{24}$ esimo della sua lunghezza, contando da un estremo; *d o o'* è uno di quegli archi di circolo. Ciò posto vediamo qual correzione sarebbe da farsi nella posizione di un punto qualunque della curva. Sia *b* quel punto; conduciamo da questo punto il raggio *b* P', al centro del circolo *d o o'*; *b* P' sarà la posizione che avea la fenditura, e *a b*, paralella ad A B, sarà la posizione che avea la corda, relativamente al punto *b*. Dallo stesso centro dell'arco *d o o'* tracciamo un arco T *e*, partendo dal punto T che è l'intersezione di P P con A B. L'arco T *e* incontri in *e* la retta *b* P'. Se la fenditura si fosse sempre mossa paralellamente a sè stessa e quindi a P P, nell'istante in cui era in *b* P sarebbe stata invece sopra una linea paralella a P P, e distante da questa linea di una lunghezza uguale a quella dell' arco T *e* rettificato; dunque prendendo su *a b* una lunghezza uguale a T *e* steso in linea retta, e partendo da *a*, si determinerà il punto *b'* che sarà la posizione corretta del punto *b*.

Una simil correzione, che è già piccola nel nostro caso, in cui il punto della curva è lontano molto dall' asse P P, diverrebbe trascurabile con lenti di maggiore ingrandimento, con un disco di raggio più grande del nostro e che ruotasse più lentamente; in questo ultimo caso converrebbe far molte fenditure; il mio disco ne avea otto. Mi sembra che un abile costruttore potrà dare a questo apparecchio delle dimensioni e delle forme tali da esser utilissimo ne' corsi scolastici, senza che vada a costar molto.

INDICE

DELLA PARTE SECONDA

